

Mathematik * Klasse 10d * Exponentialgleichungen (Blatt 2)

Die folgenden Gleichungen lassen sich auf quadratische Gleichungen zurückführen.
Lösen Sie die Gleichungen ohne Verwendung des Taschenrechners.

$$3^{2x} - 6 = 5 \cdot 3^x \Leftrightarrow (3^x)^2 - 5 \cdot (3^x) - 6 = 0 \quad \text{Substitution } u=3^x$$

$$u^2 - 5 \cdot u - 6 = 0 \Leftrightarrow u_{1/2} = \frac{1}{2} \cdot (5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}) = \frac{1}{2} \cdot (5 \pm \sqrt{49}) = \frac{1}{2} \cdot (5 \pm 7) \Leftrightarrow$$

$$u_1 = 6 ; (u_2 = -1); \text{ also } 3^x = 6 \Leftrightarrow x = \log_3 6 \approx 1,63 \quad (3^x = -1 \text{ hat keine Lösung!})$$

a) $2^{2x} = 3 \cdot 2^x + 4$

b) $12 \cdot 3^x - 3^{2x} = 27$

c) $2^{2x} + 2 = 8,25 \cdot 2^x$

d) $3^{2x} = 8 \cdot 3^{x+1} + 81$

e) $4 \cdot 2^{2x} + 31 \cdot 2^x = 8$

f) $1000 \cdot 10^{2x} = 1 - 90 \cdot 10^x$

g) $0,5^{2x} = 32 + 4 \cdot 0,5^x$

h) $0,5^{2x} - 0,5^{-3} = 0,5^{x-1}$

i) $10^x - 9 = \frac{10}{10^x}$

j) $2^x - 2^2 = \frac{1}{2^{x-5}}$

k) $3^x + 3^{2-x} = 10$

l) $0,5^x - 2^2 = 2 \cdot 0,5^{-x-4}$



Mathematik * Klasse 10d * Exponentialgleichungen (Blatt 2) * Lösungen

- a) $2^{2x} = 3 \cdot 2^x + 4$; mit $u=2^x \Rightarrow u^2 - 3u - 4 = 0$; $(u_1 = -1), u_2 = 4$; $2^x = 4 \Leftrightarrow x = 2$
- b) $12 \cdot 3^x - 3^{2x} = 27$; mit $u=3^x \Rightarrow u^2 - 12u + 27 = 0 \Leftrightarrow u_1 = 9 ; u_2 = 3$;
also $3^x = 9, x_1 = 2$; $3^x = 3, x_2 = 1$
- c) $2^{2x} + 2 = 8,25 \cdot 2^x$; mit $2^x = u \Rightarrow u^2 - 8,25u + 2 = 0$; $u_{1/2} = \frac{1}{2} \cdot (8,25 \pm \sqrt{8,25^2 - 4 \cdot 2}) \Rightarrow$
 $u_{1/2} = \frac{1}{2} \cdot (8,25 \pm 7,75)$; $u_1 = 8, u_2 = 0,25$; $2^x = 8 \Rightarrow x_1 = 3$; $2^x = 0,25 \Rightarrow x_2 = -2$
- d) $3^{2x} = 8 \cdot 3^{x+1} + 81$, mit $3^x = u \Rightarrow u^2 - 24u - 81 = 0$; $u_1 = 27, (u_2 = -6)$; $3^x = 27 \Rightarrow x = 3$
- e) $4 \cdot 2^{2x} + 31 \cdot 2^x = 8$, mit $2^x = u \Rightarrow 4u^2 + 31u - 8 = 0$; $u_1 = 0,25, (u_2 = -8)$; $2^x = 8 \Rightarrow x = 3$
- f) $1000 \cdot 10^{2x} = 1 - 90 \cdot 10^x$, mit $10^x = u \Rightarrow 1000u^2 + 90u - 1 = 0 \Leftrightarrow u_1 = 0,01, (u_2 = -0,1)$
 $10^x = 0,01 \Rightarrow x = -2$
- g) $0,5^{2x} = 32 + 4 \cdot 0,5^x$ mit $0,5^x = u \Rightarrow u^2 - 4u - 32 = 0 \Leftrightarrow u_1 = 8, (u_2 = -4)$; $0,5^x = 8 \Rightarrow x = -3$
- h) $0,5^{2x} - 0,5^{-3} = 0,5^{x-1}$ mit $0,5^x = u \Rightarrow u^2 - 2u - 8 = 0 \Leftrightarrow u_1 = 4, (u_2 = -2)$;
 $0,5^x = 4 \Rightarrow x = -2$
- i) $10^x - 9 = \frac{10}{10^x}$ mit $u=10^x \Rightarrow u - 9 = \frac{10}{u} \Leftrightarrow u^2 - 9u - 10 = 0 \Leftrightarrow u_1 = 10, (u_2 = -1)$;
 $10^x = 10 \Rightarrow x = 1$
- j) $2^x - 2^2 = \frac{1}{2^{x-5}}$ mit $2^x = u \Rightarrow u - 4 = \frac{32}{u} \Leftrightarrow u^2 - 4u - 32 = 0 \Leftrightarrow u_1 = 8, (u_2 = -4)$
 $2^x = 8 \Rightarrow x = 3$
- k) $3^x + 3^{2-x} = 10$ mit $u=3^x \Rightarrow u + \frac{9}{u} - 10 = 0 \Leftrightarrow u^2 - 10u + 9 = 0 \Leftrightarrow u_1 = 1, u_2 = 9$;
 $3^x = 1 \Rightarrow x_1 = 0$; $3^x = 9 \Rightarrow x_2 = 2$
- l) $0,5^x - 2^2 = 2 \cdot 0,5^{-x-4}$ mit $u=0,5^x \Rightarrow u - 4 = 2 \cdot 16 \cdot \frac{1}{u} \Leftrightarrow u^2 - 4u - 32 = 0$
 $\Leftrightarrow u_1 = 8, (u_2 = -4)$; $0,5^x = 8 \Rightarrow x = -3$

