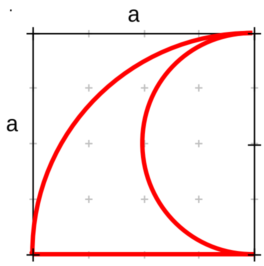
Mathematik * Klasse 10 d
Aufgaben unterschiedlicher Schwierigkeit zu Kreisfläche und Kreisumfang

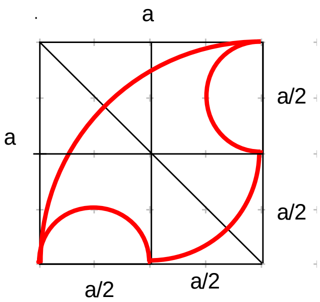
Bestimmen Sie jeweils zu den rot umrandeten Figuren den Umfang U in Vielfachen von a und die Flächeninhalte in Vielfachen von a^2.
Die Figuren sind in Quadrate oder gleichseitige Dreiecke mit der Kantenlänge a einbeschrieben.

Drei einfache Aufgaben

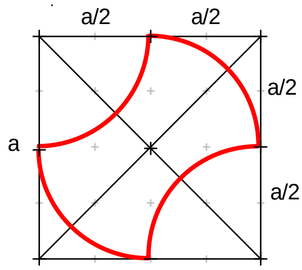
1.



2.



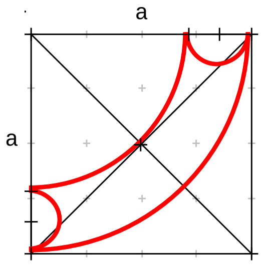
3.



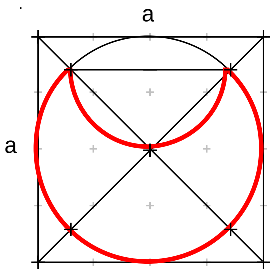
Drei etwas umfangreichere Aufgaben

Beachte: Die Diagonale im Quadrat der Kantenlänge a hat die Länge $d = \sqrt{2}\,a$.

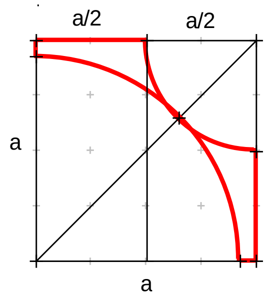
4.



5.

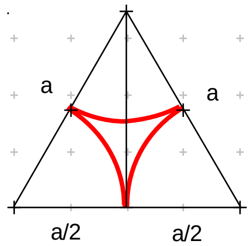


6.

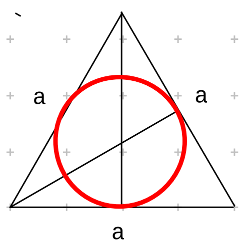


Beachte: Die Höhe im gleichseitigen Dreieck der Kantenlänge a hat die Länge $h = \frac{\sqrt{3}}{2}\,a$

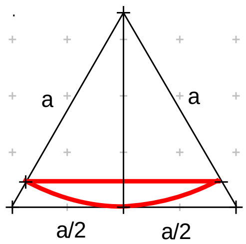
7.



8.



9.



Die letzte Aufgabe zum Knobeln!
(Schwer!)

Mathematik * Klasse 10 d

Aufgaben unterschiedlicher Schwierigkeit zu Kreisfläche und Kreisumfang * Lösungen

1. $r_1 = a\ ;\ r_2 = \frac{a}{2}\ ;\quad U = (1+\pi)\cdot a \approx 4{,}1a\ ;\quad F = \frac{\pi}{8}a^2 \approx 0{,}39a^2$

2. $r_1 = a\ ;\ r_2 = \frac{a}{2}\ ;\ r_3 = \frac{a}{4}\ ;\quad U = \frac{5\pi}{4}\cdot a \approx 3{,}9a\ ;\quad F = \frac{\pi-1}{4}\cdot a^2 \approx 0{,}54a^2$

3. $r_1 = \frac{a}{2}\ ;\quad U = \pi\cdot a \approx 3{,}1a\ ;\quad F = \frac{1}{2}a^2 = 0{,}50a^2$

4. $r_1 = a\ ;\ r_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}a\ ;\ r_3 = \frac{r_1 - r_2}{2}\ ;\quad U = \left(\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4}\right)\cdot\pi\cdot a \approx 3{,}6a\ ;\quad F = \frac{\sqrt{2}-1}{4}\cdot\pi\cdot a^2 \approx 0{,}33a^2$

5. $r_1 = \frac{a}{2}\ ;\ r_2 = \frac{\sqrt{2}}{4}\cdot a\ ;\quad U = \frac{3+\sqrt{2}}{4}\cdot\pi\cdot a \approx 3{,}5a\ ;\quad F = \frac{\pi+1}{8}\cdot a^2 \approx 0{,}52a^2$

6. $r_1 = \frac{a}{2}\ ;\ r_2 = (\sqrt{2} - \frac{1}{2})\cdot a\ ;\quad x = a - r_2 = (\frac{3}{2} - \sqrt{2})\cdot a\ ;$

   $U = (\frac{\sqrt{2}\pi}{2} + 4 - 2\sqrt{2})\cdot a \approx 3{,}4a\ ;\quad F = (1 + \frac{\sqrt{2}\pi}{4} - \frac{5\pi}{8})\cdot a^2 \approx 0{,}15a^2$

7. $r_1 = \frac{a}{2}\ ;\quad U = \frac{\pi}{2}\cdot a \approx 1{,}6a\ ;\quad F = (\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{8})\cdot a^2 = 0{,}040a^2$

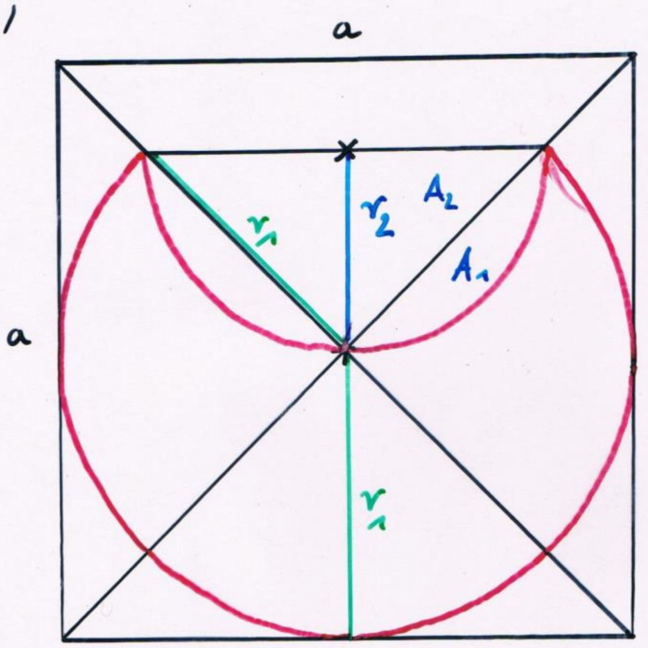
8. $r_1 = \frac{1}{3}\cdot h = \frac{\sqrt{3}}{6}\cdot a\ ;\quad U = \frac{\sqrt{3}\pi}{3}\cdot a \approx 1{,}8a\ ;\quad F = \frac{\pi}{12}\cdot a^2 = 0{,}26a^2$

9. $r_1 = h = \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot a\ ;\quad U = (\frac{\sqrt{3}\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2})\cdot a \approx 1{,}8a\ ;\quad F = (\frac{\pi}{8} - \frac{3\sqrt{3}}{16})\cdot a^2 = 0{,}07a^2$

   Hinweis: Das kleinere gleichseitige Dreieck entsteht aus dem großen durch zentrische Streckung mit dem Streckfaktor $k = h : a = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Ausführliche Lösung zur Aufgabe 5

5)



$$r_1 = \frac{1}{2} a$$

$$r_1 = \sqrt{2} \cdot r_2 \Rightarrow$$

$$r_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} r_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} a = \frac{\sqrt{2}}{4} a$$

$$u = \frac{3}{4} \cdot 2\pi r_1 + \frac{1}{2} 2\pi r_2$$

$$u = \frac{3}{4} \cdot 2\pi \cdot \frac{a}{2} + \pi \cdot \frac{\sqrt{2}}{4} a$$

$$u = \frac{3}{4} \pi a + \frac{\sqrt{2}}{4} \pi a$$

$$u = \frac{3+\sqrt{2}}{4} \cdot \pi \cdot a \approx 3{,}47 a$$

$$A = \frac{3}{4} r_1^2 \pi \qquad 2 \cdot A_1$$

$$A_1 = \frac{1}{4} r_2^2 \pi - A_2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{16} a^2 \pi - \frac{1}{2} r_2^2 = \frac{\pi}{32} a^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{16} a^2$$

$$A_1 = \frac{\pi - 2}{32} a^2$$

$$A = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} a^2 \pi - 2 \cdot \frac{\pi - 2}{32} a^2 = \frac{3\pi}{16} a^2 - \frac{\pi - 2}{16} a^2$$

$$A = \frac{3\pi - \pi + 2}{16} a^2 = \frac{2\pi + 2}{16} a^2 = \frac{\pi + 1}{8} a^2 \approx 0{,}518 a^2$$