

## Mathematik \* Jahrgangsstufe 10 \* Oberflächeninhalt der Kugel

Die gekrümmte Kugeloberfläche lässt sich nicht in die Ebene abwickeln.  
Den Inhalt der Kugeloberfläche kann man herausfinden, wenn man die Kugeloberfläche in  $n$  kleine, ebene Teilflächen mit der Grundfläche  $G_i$  zerlegt.

Verbindet man die Ecken dieser Teilflächen mit dem Mittelpunkt der Kugel, so entstehen Pyramiden, deren Höhe  $h$  angenähert dem Kugelradius  $r$  entspricht. Je kleiner die Teilflächen gewählt werden, umso besser stimmt  $h$  mit  $r$  überein und umso genauer entspricht das Volumen aller Pyramiden zusammen dem Kugelvolumen und die Summe aller Grundflächen der Kugeloberfläche.



$$V_{\text{Kugel}} \approx \frac{1}{3} \cdot G_1 \cdot h + \frac{1}{3} \cdot G_2 \cdot h + \dots + \frac{1}{3} \cdot G_n \cdot h = \frac{1}{3} \cdot (G_1 + G_2 + \dots + G_n) \cdot h \approx \frac{1}{3} \cdot A_{\text{Kugel}} \cdot r$$

$$V_{\text{Kugel}} = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{Kugel}} \cdot r \Rightarrow \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{Kugel}} \cdot r \Rightarrow A_{\text{Kugel}} = 4 \cdot r^2 \cdot \pi$$

Merke: Für den Oberflächeninhalt  $A_{\text{Kugel}}$  einer Kugel mit Radius  $r$  gilt:

$$A_{\text{Kugel}} = 4 \cdot r^2 \cdot \pi$$

Peter hat eine andere Idee, wie er den Oberflächeninhalt einer Kugel ermittelt.

Erklären Sie seinen Ansatz!

$$A_{\text{Kugel}} \cdot x \approx \frac{4}{3} \cdot (r+x)^3 \cdot \pi - \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$$

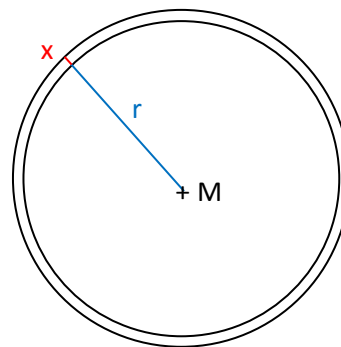
Zeigen Sie, dass aus dem Ansatz

$$A_{\text{Kugel}} \cdot x \approx 4 \cdot \pi \cdot x \cdot \left( r^2 + r \cdot x + \frac{1}{3} \cdot x^2 \right)$$

folgt.

Warum erhält man nun ebenfalls

$$A_{\text{Kugel}} = 4 \cdot r^2 \cdot \pi ?$$



Aufgabe: Eine Seifenblase mit dem Durchmesser 11cm entsteht aus einem kugelförmigen Tropfen Seifenlauge mit dem Radius 3mm.  
Berechnen Sie die Dicke der Seifenblasenhaut.