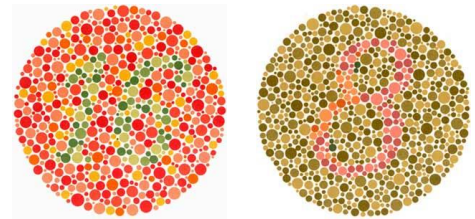


Q11 * Mathematik * Bedingte Wahrscheinlichkeiten und Unabhängigkeit

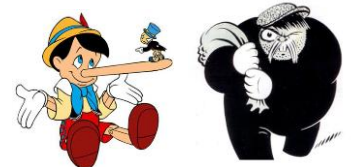
- Zwei L-Würfel werden geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass
 - der erste Würfel 6 zeigt unter der Bedingung, dass die Augensumme mindestens 10 ist;
 - die Augensumme mindestens 10 ist unter der Bedingung, dass der erste Würfel 6 zeigt?
- Florian spielt Skat. Seine Hand von 10 Karten enthält genau zwei Buben.
 - Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass im Skat genau ein weiterer Bube liegt?
 - Florians Buben sind der Herz- und der Karobube. Mit welcher Wahrscheinlichkeit liegt
 - genau ein Bube
 - nur der Kreuzbubeim Skat?

- Untersuchungen haben ergeben, dass in der BRD 8,0% der Männer und 0,60% der Frauen farbenblind (rot-grün-blind) sind (ca. 1970). Berechnen Sie unter der Voraussetzung, dass 47,7% der Einwohner der BRD männlich sind, die Wahrscheinlichkeit für
 - einen farbenblinden Mann
 - eine farbenblinde Frau
 - eine farbenblinde Person in der BRD.



- In der BRD waren 1975 0,5% der Bevölkerung aktiv an Tuberkulose (Tbc) erkrankt. Man weiß aufgrund langjähriger Erfahrung, dass ein spezieller Tbc-Röntgentest 90% der Kranken und 99% der Gesunden richtig diagnostiziert. Eine medizinische Diagnose kann in zweierlei Weise falsch sein:
Fehler 1. Art : Der Patient hat die betreffende Krankheit, sie wird aber nicht erkannt.
Fehler 2. Art : Der Patient ist gesund, wird aber für krank erklärt.
Wie groß sind die Wahrscheinlichkeiten für einen Fehler 1. bzw. Fehler 2. Art?
 - Das Untersuchungsergebnis weist einen Getesteten als Tbc-krank aus. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist er dann wirklich krank?
 - Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein Untersucher wirklich gesund, wenn er laut Untersuchungsbefund gesund ist?
 - Die beiden in a) und b) getesteten Personen stammen aus einer Bevölkerungsschicht, die nur zu 0,05% aktiv an Tbc erkrankt ist. Welche Wahrscheinlichkeiten ergeben sich nun in den Fällen a) und b)?

- "Wer lügt, der stiehlt." - Angenommen, dieses Vorurteil wäre stichhaltig. Welche Ungleichungen müssten dann für die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse
$$L = \text{"Herr A ist ein Lügner."}, \quad D = \text{"Herr A ist ein Dieb."}$$
und $E = L \cap D$ gelten?



- Es bedeuten $K = \text{"Knabe"}$ und $L = \text{"Linkshänder"}$. Welche Folgerungen können aus $P(K \cap L) < P(K) \cdot P(L)$ bzw. $P(K \cap L) > P(K) \cdot P(L)$ gezogen werden?

- Erfahrungsgemäß haben 12% eines Abiturjahrgangs die 7. Klasse und 9% die 9. Klasse wiederholt. Nehmen Sie an, dass das Wiederholen dieser Klassen unabhängig erfolgt. Wie viel Prozent haben dann
 - keine der beiden Klassen,
 - die 7. Klasse, aber nicht die 9. Klasse wiederholt.



Q11 * Mathematik * Bedingte Wahrscheinlichkeiten und Unabhängigkeit * Lösungen

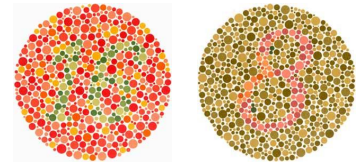
1. a) $P_{\text{Augensumme} \geq 10}(\text{1. Wurf } 6) = \frac{\frac{3}{36}}{\frac{1}{6}} = 0,50$

b) $P_{\text{1. Wurf } 6}(\text{Augensumme} \geq 10) = \frac{\frac{3}{36}}{\frac{1}{6}} = 0,50$

2. a) $P(\text{genau ein weiterer Bube im Skat}) = \frac{40}{231}$

b) $P(\text{genau ein Bube im Skat}) = \frac{40}{231}$ und $P(\text{Kreuzbube im Skat}) = \frac{20}{231}$

3. a) $P(\text{farbenblinder Mann}) = 0,08 \cdot 0,477 = 3,816\%$
 b) $P(\text{farbenblinde Frau}) = 0,006 \cdot 0,523 = 0,3138\%$
 c) $P(\text{farbenblinde Person}) = 3,816 + 0,3138\% = 4,1298\%$



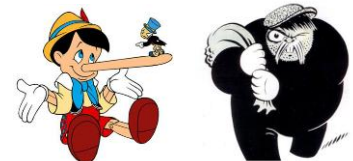
Fehler 1. Art: $P_{\text{TBC}}(\text{Test negativ}) = 10\%$ und

4. Fehler 2. Art: $P_{\overline{\text{TBC}}}(\text{Test positiv}) = 1,0\%$

a) $P_{\text{Testpositiv}}(\text{TBC}) = \frac{0,005 \cdot 0,9}{0,005 \cdot 0,9 + 0,995 \cdot 0,01} \approx 31,1\%$

b) $P_{\text{Testnegativ}}(\overline{\text{TBC}}) = \frac{0,995 \cdot 0,99}{0,995 \cdot 0,99 + 0,005 \cdot 0,1} \approx 99,5\%$

c) $P_{\text{Testpositiv}}(\overline{\text{TBC}}) \approx 4,3\%$ und $P_{\text{Testnegativ}}(\text{TBC}) \approx 99,995\%$



5. $P(L) = P(D \cap L) \leq P(D)$

6. $P(K \cap L) < P(K) \cdot P(L) \Rightarrow P_L(K) < P(K)$ bzw. $P_K(L) < P(L)$, d.h. unter den Knaben gibt es (prozentual) weniger Linkshänder als unter den Mädchen.

7. a) $P(\text{wiederholt weder 7. noch 9. Klasse}) = 0,88 \cdot 0,91 = 80,08\%$
 b) $P(\text{wiederholt 7. aber nicht 9. Klasse}) = 0,12 \cdot 0,91 = 10,92\%$

