

Q11 * Mathematik * Stochastik

Rechengesetze für die Ereignisalgebra

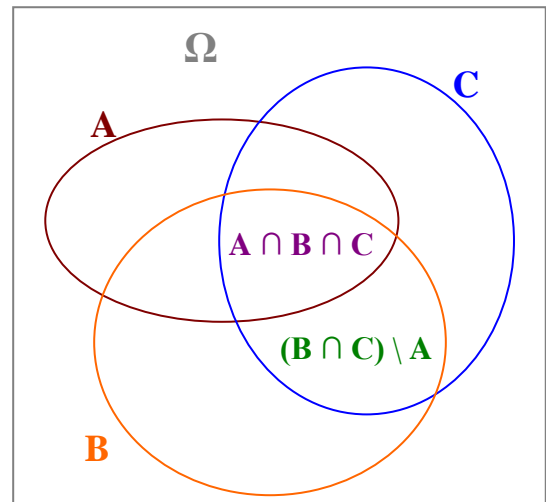
Mit den Ereignissen einer Ereignisalgebra kann man „rechnen“. Als Rechenzeichen benutzt man die Symbole \cap , \cup , \setminus und $\bar{}$.

Dabei gelten Gesetze, die man mit so genannten Venn-Diagrammen veranschaulichen kann.

Im Venn-Diagramm entspricht jedem Flächeninhalt genau eine Menge, z.B. $A \cap B \cap C$ oder

$$(A \cup B) \setminus C = (A \cup B) \cap \bar{C}.$$

$\bar{A} = \Omega \setminus A$ gibt dabei das Gegenereignis zu A an.



Venn-Diagramm

Neben den einsichtigen Gesetzen wie

$$A \cup B = B \cup A \quad \text{und} \quad A \cap B = B \cap A \quad (\text{K-Gesetze})$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C \quad (\text{A-Gesetze})$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$$

$$A \cup \{\} = A \quad \text{und} \quad A \cap \Omega = A \quad (\text{Vergleiche mit den „neutralen Elementen“ bei Addition und Multiplikation in } \mathbb{R}.)$$

$$A \cup \Omega = \Omega \quad \text{und} \quad A \cap \{\} = \{\}$$

gibt es auch Gesetze, die man erst mit einem Venn-Diagramm als richtig erkennen kann.

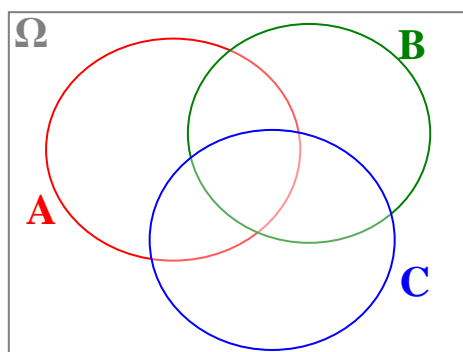
Begründen Sie mit Venn-Diagrammen die folgenden Gesetze:

1) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ und $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
Wie sollte man diese beiden Gesetze nennen?

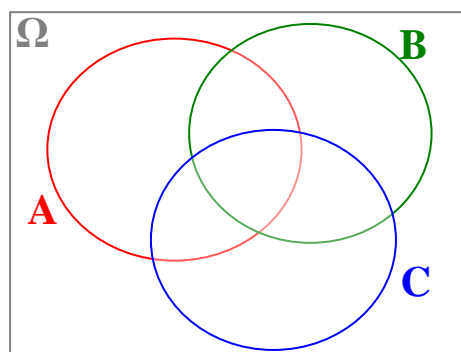
2) $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$ und $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$

Diese beiden Gesetze werden in der Stochastik öfter angewandt. Sie heißen Gesetze von De Morgan.

„Nachweis“ zu 1) durch Kennzeichnung von $A \cap (B \cup C)$ bzw. $(A \cap B) \cup (A \cap C)$



$A \cap (B \cup C)$



$(A \cap B) \cup (A \cap C)$