

Mathematik * Jahrgangsstufe 8 * Aufgaben zum linearen Gleichungssystem

1. Zahlenaufgaben

Bestimme jeweils die gesuchten Zahlen!

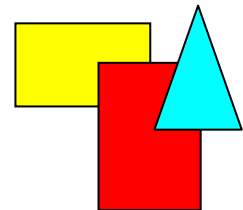
- Die Differenz zweier Zahlen beträgt 5, die Summe der beiden Zahlen hat den Wert 59.
- Die Summe zweier Zahlen beträgt 77. Das Doppelte der kleineren Zahl ist um 19 größer als die größere Zahl.
- Eine zweistellige Zahl hat die Quersumme 9. Vertauscht man die beiden Ziffern der Zahl, so erhält man eine um 45 größere Zahl.
- Die Differenz zweier Zahlen hat den Wert 102. Das Doppelte der kleineren Zahl ist um 18 größer als die größere Zahl.
- Die Quersumme einer zweistelligen Zahl hat den Wert 11. Verdoppelt man die Zehnerziffer und halbiert die Einerziffer, dann vergrößert sich der Wert der Zahl um 26.



2. Geometrieaufgaben

Bestimme jeweils die gesuchten Streckenlängen oder Winkel!

- Bei einem rechtwinkligen Dreieck ist einer der spitzen Winkel um 24° größer als das Doppelte des anderen spitzen Winkels.
- Bei einem gleichschenkligen Dreieck ist ein Basiswinkel um 18° kleiner als der Winkel an der Spitze.
- Bei einem Dreieck ist der größte Winkel doppelt so groß wie der kleinste. Der mittlere Winkel ist um 12° größer als der kleinste.
- Ein Rechteck hat den Umfang 40cm. Verlängert man die größere Seite um 2cm und verkürzt gleichzeitig die kürzere Seite um 1cm, so vergrößert sich der Flächeninhalt um genau 2 cm^2 .
- Bei einem Rechteck mit dem Umfang 74cm ist eine Seite um 1cm länger als das Doppelte der anderen Seite.



3. Altersaufgaben

Bestimme jeweils das aktuelle Alter aller Personen!

- Anna ist um 5 Jahre älter als ihre Schwester Berta.
In 11 Jahren wird Anna dreimal so alt wie Berta heute sein.
- Claus und Dieter sind zusammen 34 Jahre alt.
Im nächsten Jahr wird Claus doppelt so alt wie Dieter sein.
- Erika und ihr Opa sind zusammen 100 Jahre alt.
Vor 10 Jahren war Opa genau 7-mal so alt wie seine Enkelin.
- Franz, Gerd und Hans sind zusammen 32 Jahre alt.
Gerd ist doppelt so alt wie Hans und um zwei Jahre jünger als Franz.
- Erichs Papa ist 5mal so alt wie sein Sohn. In 24 Jahren wird Papa nur noch doppelt so alt wie Erich sein.



Mathematik * Jahrgangsstufe 8 * Aufgaben zum linearen Gleichungssystem Lösungen

1. a) gesuchte Zahlen: x und y ; es gilt dann: (I) $x - y = 5$ (II) $x + y = 59$
(I) $x = 5 + y$ (II) $x = 59 - y$ gleichsetzen $5 + y = 59 - y \Rightarrow$
 $2y = 54 \Rightarrow y = 27$ und $x = 5 + 27 = 32$
Die Zahlen lauten 32 und 27.

b) gesuchte Zahlen: x und y ; es gilt dann: (I) $x + y = 77$ (II) $2x = y + 19$
(I) $y = 77 - x$ (II) $y = 2x - 19$ gleichsetzen $77 - x = 2x - 19 \Rightarrow$
 $96 = 3x \Rightarrow x = 32$ und $y = 77 - 32 = 45$
Die Zahlen lauten 32 und 45.

c) gesuchte Zahl lautet $z = 10 \cdot x + y$ wobei x die Zehner und y die Einer angibt.
(I) $x + y = 9$ (II) $x + y \cdot 10 = 45 + x \cdot 10 + y \Rightarrow 9y = 45 + 9x$
(I) $y = 9 - x$ (II) $y = 5 + x$ gleichsetzen $9 - x = 5 + x \Rightarrow 4 = 2x \Rightarrow x = 2$
und $y = 9 - x = 9 - 2 = 7$
Die Zahl lautet also 27.

d) gesuchte Zahlen: x und y ; es gilt dann: (I) $x - y = 102$ (II) $2y = x + 18$
(I) $x = 102 + y$ (II) $x = 2y - 18$ gleichsetzen $102 + y = 2y - 18 \Rightarrow$
 $120 = y$ und $x = 102 + 120 = 222$
Die Zahlen lauten also 120 und 222.

e) gesuchte Zahl lautet $z = 10 \cdot x + y$ wobei x die Zehner und y die Einer angibt.
(I) $x + y = 11$ (II) $2 \cdot x \cdot 10 + y : 2 = x \cdot 10 + y + 26 \Rightarrow 10x = 0,5y + 26$
(I) $x = 11 - y$ einsetzen in (II) $10 \cdot (11 - y) = 0,5y + 26 \Rightarrow$
 $110 - 10y = 0,5y + 26 \Rightarrow 84 = 10,5y \Rightarrow y = 8$ und $x = 11 - 8 = 3$
Die Zahl lautet demnach 38.

2. a) (I) $\alpha + \beta = 90^\circ$ (II) $\alpha = 2 \cdot \beta + 24^\circ$ eingesetzt in (I)
 $2 \cdot \beta + 24^\circ + \beta = 90^\circ \Rightarrow 3 \cdot \beta = 66^\circ \Rightarrow \beta = 22^\circ$ und $\alpha = 90^\circ - 22^\circ = 68^\circ$
Die beiden Winkel sind 68° und 22° groß.

b) $\alpha = \beta$ (I) $2 \cdot \alpha + \gamma = 180^\circ$ (II) $\alpha = \gamma - 18^\circ$ eingesetzt in (I)
 $2 \cdot (\gamma - 18^\circ) + \gamma = 180^\circ \Rightarrow 3 \cdot \gamma - 36^\circ = 180^\circ \Rightarrow 3 \cdot \gamma = 216^\circ \Rightarrow$
 $\gamma = 72^\circ$ und $\alpha = \beta = 54^\circ$

c) $\alpha = 2 \cdot \beta$ (I) $\gamma = \beta + 12^\circ$ (II) $2 \cdot \beta + \beta + \gamma = 180^\circ$ γ aus (I) eingesetzt in (II)
 $2 \cdot \beta + \beta + \beta + 12^\circ = 180^\circ \Rightarrow 4 \cdot \beta = 168^\circ \Rightarrow \beta = 42^\circ$ und
 $\gamma = 42^\circ + 12^\circ = 54^\circ$ und $\alpha = 2 \cdot \beta = 84^\circ$

d) Die Rechteckseiten sind a und b .

$$(I) 2 \cdot a + 2 \cdot b = 40\text{cm} \quad (II) (a + 2\text{cm}) \cdot (b - 1\text{cm}) = a \cdot b + 2\text{cm}^2$$

$$(I) b = 20\text{cm} - a \quad (II) a \cdot b - a \cdot 1\text{cm} + 2\text{cm} \cdot b - 2\text{cm}^2 = a \cdot b + 2\text{cm}^2$$

$$(I) b = 20\text{cm} - a \quad (II) -a \cdot 1\text{cm} + 2\text{cm} \cdot b = 4\text{cm}^2 \Rightarrow -a + 2b = 4\text{cm}$$

$$(I) \text{ eingesetzt in (II) } -a + 2 \cdot (20\text{cm} - a) = 4\text{cm} \Rightarrow -a + 40\text{cm} - 2a = 4\text{cm} \Rightarrow$$

 $36\text{cm} = 3a \Rightarrow a = 12\text{cm}$ und $b = 20\text{cm} - a = 8\text{cm}$

e) Die Rechteckseiten sind a und b .

$$(I) 2 \cdot a + 2 \cdot b = 74 \text{cm} \quad (II) a = 2 \cdot b + 1 \text{cm}$$

$$(I) a = 37 \text{cm} - b \quad (II) a = 2 \cdot b + 1 \text{cm} \quad \text{gleichsetzen} \quad 37 \text{cm} - b = 2 \cdot b + 1 \text{cm} \Rightarrow \\ 36 \text{cm} = 3 \cdot b \Rightarrow b = 12 \text{cm} \quad \text{und} \quad a = 37 \text{cm} - b = 25 \text{cm}$$

3. a) Aktuelles Alter von Anna ist x .

Aktuelles Alter von Berta ist y .

$$(I) x = y + 5 \quad (II) x + 11 = 3 \cdot y \Rightarrow x = 3y - 11 \quad \text{gleichsetzen}$$

$$y + 5 = 3y - 11 \Rightarrow 16 = 2y \Rightarrow y = 8 \quad \text{und} \quad x = y + 5 = 13$$

Anna ist 13 Jahre alt, Berta 8 Jahre.

b) Aktuelles Alter von Claus ist x .

Aktuelles Alter von Dieter ist y .

$$(I) x + y = 34 \quad (II) x + 1 = 2 \cdot (y + 1) \Rightarrow (I) x = 34 - y \quad \text{und} \quad (II) x = 2y + 2 - 1$$

$$\text{gleichsetzen} \quad 34 - y = 2y + 2 - 1 \Rightarrow 33 = 3y \Rightarrow y = 11 \quad \text{und} \quad x = 34 - 11 = 23$$

Claus ist 23 und Dieter ist 11 Jahre alt.

c) Aktuelles Alter von Erika ist x .

Aktuelles Alter von Opa ist y .

$$(I) x + y = 100 \quad (II) y - 10 = 7 \cdot (x - 10)$$

$$(I) y = 100 - x \quad (II) y = 7x - 70 + 10 \quad \text{gleichsetzen}$$

$$100 - x = 7x - 60 \Rightarrow 160 = 8x \Rightarrow x = 20 \quad \text{und} \quad y = 100 - 20 = 80$$

Erika ist jetzt 20 und Opa jetzt 80 Jahre alt.

d) Aktuelles Alter von Franz ist x .

Aktuelles Alter von Gerd ist $y = 2z = x - 2$

Aktuelles Alter von Hans ist z .

$$(I) x + y + z = 32 \Rightarrow x + 2z + z = 32 \Rightarrow x = 32 - 3z$$

$$(II) 2 \cdot z = y = x - 2 \Rightarrow x = 2z + 2 \quad \text{gleichsetzen}$$

$$32 - 3z = 2z + 2 \Rightarrow 30 = 5z \Rightarrow z = 6 \quad \text{und} \quad y = 2 \cdot 6 = 12 \quad \text{und} \quad x = 12 + 2 = 14$$

Franz ist 14, Gerd 12 und Hans 6 Jahre alt.

e) Aktuelles Alter von Erich ist x .

Aktuelles Alter von Papa ist y .

$$(I) y = 5 \cdot x \quad (II) y + 24 = 2 \cdot (x + 24) \Rightarrow y = 2x + 48 - 24 \quad \text{gleichsetzen}$$

$$5x = 2x + 24 \Rightarrow 3x = 24 \Rightarrow x = 8 \quad \text{und} \quad y = 5 \cdot 8 = 40$$

Erich ist jetzt 8 und sein Papa jetzt 40 Jahre alt.