



Mitternachtsformel mit der so genannten Diskriminante D

$$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow x_{1/2} = \frac{1}{2a} \cdot (-b \pm \sqrt{D}) \quad \text{falls } D = b^2 - 4ac \geq 0$$

Gilt $D < 0$, dann hat die quadratische Gleichung keine Lösung!

Für $D = 0$ hat die quadratische Gleichung genau eine Lösung, für $D > 0$ dagegen genau zwei.

1. Bestimme mit der „Mitternachtsformel“ die Lösungen der quadratischen Gleichung.

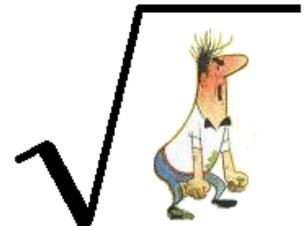
- | | |
|------------------------|--------------------------|
| a) $2x^2 - 3x - 5 = 0$ | b) $3x^2 + 5x + 2 = 0$ |
| c) $5x^2 - 2x - 3 = 0$ | d) $4,5x^2 - 3x - 1 = 0$ |
| e) $2x^2 + 8x + 7 = 0$ | f) $5x^2 - 10x + 3 = 0$ |

Zu jeder Lösungsmenge gehört ein Buchstabe, die in der Reihenfolge der Aufgabenstellung ein Lösungswort ergeben!

$\{1 \pm \sqrt{5}\}$	$\{\frac{1}{3} \pm \frac{1}{3}\sqrt{3}\}$	$\{-1; -\frac{2}{3}\}$	$\{-0,6; 1\}$	$\{-2 \pm 0,5\sqrt{2}\}$	$\{1 \pm 0,2\sqrt{10}\}$	$\{-1; 2,5\}$
A	M	O	R	E	L	F

2. Bestimme nur die Anzahl der Lösungen der quadratischen Gleichung!

- | | |
|--------------------------|-------------------------|
| a) $3x^2 + 4x - 5 = 0$ | b) $3x^2 - 4x - 5 = 0$ |
| c) $5x^2 + 4x + 3 = 0$ | d) $5x^2 - 4x + 3 = 0$ |
| e) $2x^2 + 6x + 4,5 = 0$ | f) $-2x^2 + 4x + 3 = 0$ |
| g) $4x^2 - 4x + 1 = 0$ | h) $7x^2 - 10x + 4 = 0$ |



3. Bestimme den Wert von k so, dass die quadratische Gleichung genau eine Lösung hat.

- | | |
|------------------------|----------------------------|
| a) $2x^2 + kx + 1 = 0$ | b) $3x^2 + 4x + k = 0$ |
| c) $kx^2 + 5x - 1 = 0$ | d) $kx^2 + 6x - k = 0$ |
| e) $x^2 + 2kx - k = 0$ | f) $x^2 + 2kx + k + 2 = 0$ |

4. Ergänze die quadratische Gleichung so, dass sie genau eine Lösung hat.

- | | |
|-------------------------------------|-------------------------------|
| a) $3x^2 + 4x - \square = 0$ | b) $5x^2 + 8x + \square = 0$ |
| c) $\square \cdot x^2 + 6x - 3 = 0$ | d) $3x^2 + \square x + 1 = 0$ |

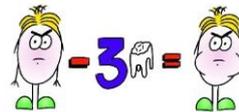
5. Bestimme alle Nullstellen der Funktion.

Kannst Du anschließend angeben, an welcher Stelle sich der Scheitel der Parabel befindet?

- | | |
|-------------------------------|---------------------------------|
| a) $f(x) = 0,5x^2 - 2x - 4$ | b) $f(x) = 0,4x^2 + 3,8x - 6,5$ |
| c) $f(x) = 0,5x^2 + 2x - 4$ | d) $f(x) = 0,5x^2 + 2x + 4$ |
| e) $f(x) = 5x^2 + 2,5x - 0,7$ | f) $f(x) = 0,9x^2 - 6x - 5$ |

Mathematik * Jahrgangsstufe 9 * Quadratische Gleichungen

Lösungen



1. Das Lösungswort lautet FORMEL.

2. a) $3x^2 + 4x - 5 = 0$ $D = 16 + 4 \cdot 3 \cdot 5 = 76 > 0$ Es gibt zwei Lösungen!
 b) $3x^2 - 4x - 5 = 0$ $D = 16 + 4 \cdot 3 \cdot 5 = 76 > 0$ Es gibt zwei Lösungen!
 c) $5x^2 + 4x + 3 = 0$ $D = 16 - 4 \cdot 3 \cdot 5 = -44 < 0$ Es gibt keine Lösungen!
 d) $5x^2 - 4x + 3 = 0$ $D = 16 - 4 \cdot 3 \cdot 5 = -44 < 0$ Es gibt keine Lösungen!
 e) $2x^2 + 6x + 4,5 = 0$ $D = 36 - 4 \cdot 2 \cdot 4,5 = 0$ Es gibt genau eine Lösung!
 f) $-2x^2 + 4x + 3 = 0$ $D = 16 + 4 \cdot 2 \cdot 3 = 40 > 0$ Es gibt zwei Lösungen!
 g) $4x^2 - 4x + 1 = 0$ $D = 16 - 4 \cdot 4 \cdot 1 = 0$ Es gibt genau eine Lösung!
 h) $7x^2 - 10x + 4 = 0$ $D = 100 - 4 \cdot 7 \cdot 4 = -12 < 0$ Es gibt keine Lösungen!

3. Es muss jeweils $D = 0$ gelten, damit genau eine Lösung der Gleichung existiert.

- a) $D = k^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = k^2 - 8$; $D = 0 \Leftrightarrow k^2 = 8 \Leftrightarrow k_{1/2} = \pm 2\sqrt{2}$
 b) $D = 16 - 4 \cdot 3 \cdot k = 16 - 12k$; $D = 0 \Leftrightarrow 12k = 16 \Leftrightarrow k = \frac{4}{3}$
 c) $D = 25 + 4k$; $D = 0 \Leftrightarrow 4k = -25 \Leftrightarrow k = -6,25$
 d) $D = 36 + 4k^2 > 0$; Die quadratische Gleichung hat für jedes k zwei Lösungen!
 e) $D = 4k^2 + 4 \cdot 1 \cdot k = 4k \cdot (k+1)$; $D = 0 \Leftrightarrow 4k \cdot (k+1) = 0 \Leftrightarrow (k_1 = 0)$; $k_2 = -1$
 f) $D = 4k^2 - 4 \cdot 1 \cdot (k+2) = 4 \cdot (k^2 - k - 2)$; $D = 0 \Leftrightarrow k^2 - k - 2 = 0 \Leftrightarrow$
 $k^2 - k - 2 = 0 \Leftrightarrow k_{1/2} = \frac{1}{2} \cdot (1 \pm \sqrt{1 + 4 \cdot 1 \cdot 2}) = \frac{1}{2} \cdot (1 \pm 3)$ also $k_1 = 2$; $k_2 = -1$

4. Wie bei Aufgabe 3 muss jeweils $D = 0$ gelten.

- a) $D = 16 + 4 \cdot 3 \cdot \square = 16 + 12 \cdot \square \stackrel{!}{=} 0 \Leftrightarrow \square = -\frac{16}{12} = -\frac{4}{3}$
 b) $D = 64 - 4 \cdot 5 \cdot \square = 64 - 20 \cdot \square \stackrel{!}{=} 0 \Leftrightarrow \square = \frac{64}{20} = 3,2$
 c) $D = 36 + 4 \cdot \square \cdot 3 = 36 + 12 \cdot \square \stackrel{!}{=} 0 \Leftrightarrow \square = -\frac{36}{12} = -3$
 d) $D = \square^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1 = \square^2 - 12 \stackrel{!}{=} 0 \Leftrightarrow \square_{1/2} = \pm \sqrt{12} = \pm 2\sqrt{3}$

5. Hat eine quadratische Funktion zwei Nullstellen, dann liegt der Scheitel genau zwischen diesen Nullstellen!

- a) $f(x) = 0 \Leftrightarrow x_{1/2} = 2 \pm 2 \cdot \sqrt{3}$ d.h. $x_s = 2$ ($y_s = f(x_s) = f(2) = -6$)
 b) $f(x) = 0 \Leftrightarrow x_{1/2} = -4,75 \pm 0,6 \cdot \sqrt{69}$ d.h. der Scheitel liegt bei $x_s = -4,75$.
 c) $f(x) = 0 \Leftrightarrow x_{1/2} = -2 \pm 2 \cdot \sqrt{3}$ d.h. der Scheitel liegt bei $x_s = -2$.
 d) $f(x) = 0$ hat keine Lösung, denn $D = -4 < 0$

Die Lage des Scheitels ist damit nicht direkt erkennbar! Da die Parabel zur Aufgabe c aber genau um 8 Einheiten unterhalb der Parabel von Aufgabe d liegt, gilt $x_s = -2$.

- e) $f(x) = 0 \Leftrightarrow x_{1/2} = -0,25 \pm 0,45$ also $x_1 = 0,2$ und $x_2 = -0,7$ und
 f) $f(x) = 0 \Leftrightarrow x_{1/2} = \frac{10}{3} \pm \frac{5 \cdot \sqrt{6}}{3}$ d.h. der Scheitel liegt bei $x_s = \frac{10}{3}$.