

Mathematik * Jahrgangsstufe 9

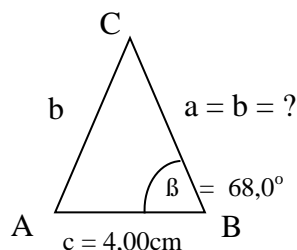
Aufgaben zu Sinus, Kosinus und Tangens

Hinweis zu den Bildern:
Zeichnungen sind nicht maßstabsgetreu!



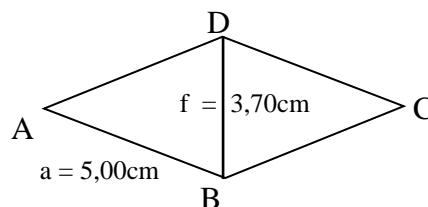
1. In einem gleichschenkligen Dreieck ABC ist die Seite $c = 4,00\text{cm}$ und der Winkel $\beta = 68,0^\circ$ gegeben.

Berechne die Länge der beiden Schenkel auf $0,1\text{mm}$ genau.



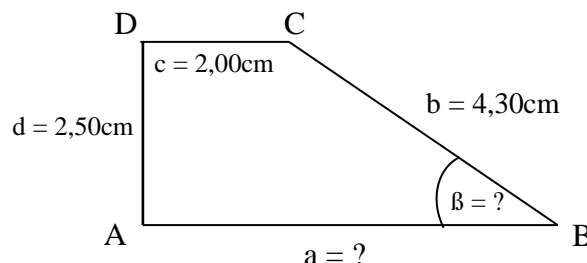
2. In der Raute ABCD ist die Seitenlänge $a = 5,00\text{cm}$ und die Länge der Diagonale $f = 3,70\text{cm}$ bekannt.

Berechne die Innenwinkel der Raute auf $0,1^\circ$ genau.



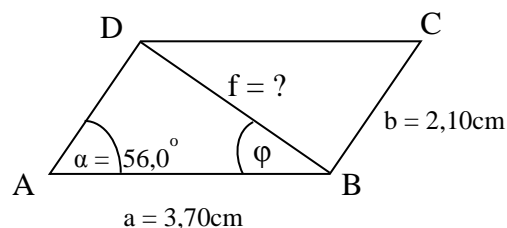
3. In abgebildeten Trapez mit zwei rechten Winkeln sind folgende Seitenlängen gegeben: $b = 4,30\text{cm}$, $c = 2,00\text{cm}$ und $d = 2,50\text{cm}$

Berechne die Seitenlänge a auf $0,1\text{mm}$ und den Winkel β auf $0,1^\circ$ genau.



4. In einem Parallelogramm ABCD sind die Seiten $a = 3,70\text{cm}$ und $b = 2,10\text{cm}$ und der Winkel $\alpha = 56,0^\circ$ bekannt.

Berechne die Länge der Diagonalen f auf $0,1\text{mm}$ und die Größe des Winkels φ auf $0,1^\circ$ genau.



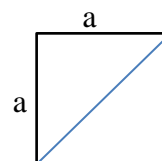
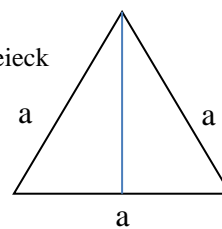
5. Zeige, dass man für die Winkel $\varphi = 30^\circ$, 45° und 60° $\sin \varphi$, $\cos \varphi$ und $\tan \varphi$ exakt angeben kann:

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{und} \quad \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{und} \quad \tan 45^\circ = 1$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \quad \text{und} \quad \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

gleichseitiges Dreieck

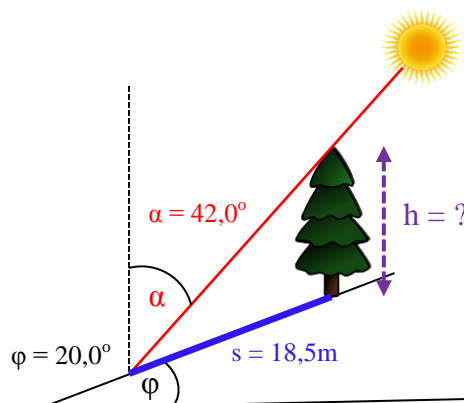


Quadrat

6. Die Höhe einer Fichte soll bestimmt werden. Die Fichte steht auf einem Hang, der um $20,0^\circ$ gegen die Waagrechte geneigt ist.

Sonnenstrahlen, die in einem Winkel von $42,0^\circ$ zur Senkrechten die Erde treffen, werfen einen $18,5\text{m}$ langen Schatten des Baums.

Berechne die Höhe des Baums auf $0,1\text{m}$ genau.



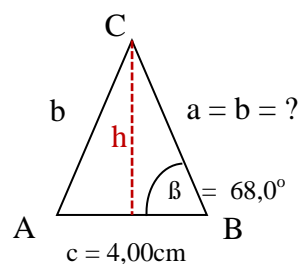
Mathematik * Jahrgangsstufe 9

Aufgaben zu Sinus, Kosinus und Tangens * Lösungen



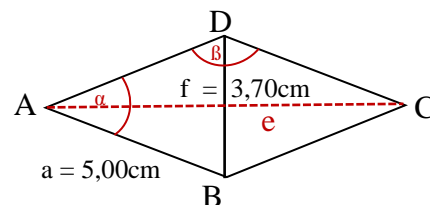
$$1. \cos \beta = \frac{0,5 \cdot c}{a} \Rightarrow$$

$$b = a = \frac{0,5 \cdot c}{\cos \beta} = \frac{2,00 \text{ cm}}{\cos 68,0^\circ} = 5,338... \text{ cm} \approx 5,34 \text{ cm}$$



$$2. \sin \frac{\alpha}{2} = \frac{0,5 \cdot f}{a} \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = \sin^{-1} \left(\frac{0,5 \cdot f}{a} \right) \Rightarrow$$

$$\alpha = 2 \cdot \sin^{-1} \left(\frac{0,5 \cdot 3,70 \text{ cm}}{5,00 \text{ cm}} \right) = 43,43...^\circ \approx 43,4^\circ$$

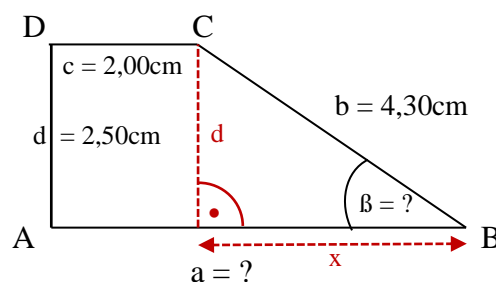


$$\alpha + \beta = 180^\circ \Rightarrow \beta = 180^\circ - \alpha \approx 136,6^\circ$$

$$3. \sin \beta = \frac{d}{b} \Rightarrow \beta = \sin^{-1} \left(\frac{2,50 \text{ cm}}{4,30 \text{ cm}} \right) = 35,54...^\circ \approx 35,5^\circ$$

$$x^2 + d^2 = b^2 \Rightarrow x = \sqrt{4,30^2 - 2,50^2} \text{ cm} = 3,498... \text{ cm}$$

$$a = c + x = 2,00 \text{ cm} + 3,498... \text{ cm} \approx 5,50 \text{ cm}$$



$$4. \sin \alpha = \frac{h}{b} \Rightarrow$$

$$h = 2,10 \text{ cm} \cdot \sin 56,0^\circ = 1,740... \text{ cm} \approx 1,74 \text{ cm}$$

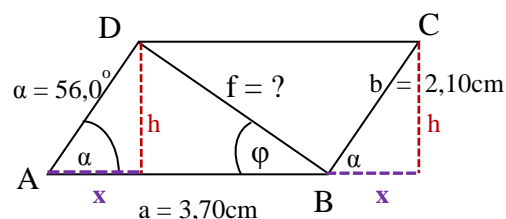
$$\cos \alpha = \frac{x}{b} \Rightarrow$$

$$x = 2,10 \text{ cm} \cdot \cos 56,0^\circ = 1,174... \text{ cm} \approx 1,17 \text{ cm}$$

$$\tan \varphi = \frac{h}{a-x} \Rightarrow \varphi = \tan^{-1} \left(\frac{1,74}{3,70 - 1,17} \right) = 34,51...^\circ \approx 34,5^\circ$$

$$f^2 = h^2 + (a-x)^2 \Rightarrow f = \sqrt{1,74^2 + 2,53^2} \text{ cm} = 3,070... \text{ cm} \approx 3,07 \text{ cm} \text{ oder}$$

$$\sin \varphi = \frac{h}{f} \Rightarrow f = \frac{h}{\sin \varphi} = \frac{1,74 \text{ cm}}{\sin 34,5^\circ} = 3,072... \text{ cm} \approx 3,07 \text{ cm}$$



$$5. \text{ Im gleichseitigen Dreieck gilt: } h = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot a$$

$$\text{ im Quadrat gilt: } d = \sqrt{2} \cdot a$$

$$\sin 30^\circ = \frac{0,5a}{a} = 0,5 = \frac{1}{2}, \quad \cos 30^\circ = \frac{h}{a} = \frac{0,5 \cdot \sqrt{3} \cdot a}{a} = \frac{1}{2} \sqrt{3}$$

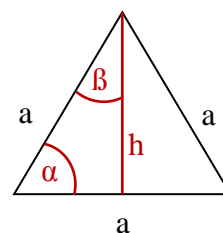
$$\tan 30^\circ = \frac{0,5a}{h} = \frac{0,5 \cdot a}{0,5 \cdot \sqrt{3} \cdot a} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\sin 45^\circ = \frac{a}{d} = \frac{a}{\sqrt{2} \cdot a} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \cos 45^\circ = \frac{a}{d} = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad \tan 45^\circ = \frac{a}{a} = 1$$

$$\sin 60^\circ = \frac{h}{a} = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \cos 60^\circ = \frac{0,5 \cdot a}{a} = \frac{1}{2};$$

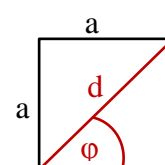
$$\tan 60^\circ = \frac{h}{0,5 \cdot a} = \frac{0,5 \cdot \sqrt{3} \cdot a}{0,5 \cdot a} = \sqrt{3}$$

gleichseitiges Dreieck



$$\alpha = 60^\circ; \quad \beta = 30^\circ$$

Quadrat



$$\varphi = 45^\circ$$



$$6. \sin \varphi = \frac{x}{s} \Rightarrow x = 18,5\text{m} \cdot \sin 20,0^\circ = 6,3273\dots\text{m} \approx 6,33\text{m}$$

$$\cos \varphi = \frac{y}{s} \Rightarrow y = 18,5\text{m} \cdot \cos 20,0^\circ = 17,384\dots\text{m} \approx 17,38\text{m}$$

$$\alpha + \varepsilon + \varphi = 90^\circ \Rightarrow \varepsilon = 90^\circ - 62,0^\circ = 28,0^\circ$$

$$\frac{h+x}{y} = \tan(\varepsilon + \varphi) \Rightarrow h+x = y \cdot \tan(\varepsilon + \varphi) \Rightarrow$$

$$h = 17,38\text{m} \cdot \tan(48,0^\circ) - 6,33\text{m} = 12,97\dots\text{m} \approx 13,0\text{m}$$

