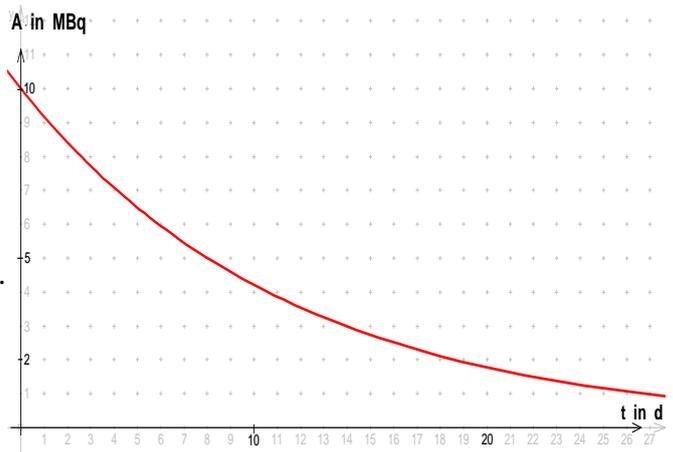


Physik * Jahrgangsstufe 9 * Aufgaben zum Zerfallsgesetz

- Die Halbwertszeit von Radon 224 beträgt 56 s.
 - Wie viel Prozent einer Radonmenge dieses Isotops zerfallen in 2,0 min?
 - Wie viel Prozent einer Radonmenge dieses Isotops sind nach 3,0 min noch vorhanden?
 - Versuche die folgende Frage durch geschicktes „Probieren“ zu lösen. Wie lange muss man mindestens warten, bis 99% einer Radonmenge dieses Isotops zerfallen sind?
- Die Halbwertszeit von Radon 222 (ebenfalls ein Alpha-Strahler) beträgt 3,8d.
 - Gib die Zerfallsgleichung an!
 - Wie viel Prozent einer Radonmenge dieses Isotops sind nach 10 Tagen noch vorhanden?

- Für die Untersuchung der Schilddrüse nimmt ein Patient radioaktives Iod 131 ein, dessen β -Strahlung von einem Messgerät aufgenommen wird.
 - Gib die Zerfallsgleichung an!
 - Das Bild zeigt, wie die Aktivität des eingenommenen Iods abnimmt. Bestimmt die Halbwertszeit von Iod 131.
 - Berechne die Aktivität des Iods nach zwei Monaten?
Warum ist die Aktivität im Körper geringer als dieser berechnete Wert?



- Das Kobaltisotop $\text{Co } 60$ ist ein Beta-Strahler mit der Halbwertszeit 5,3 a. Ein radioaktives Präparat soll $1,0\mu\text{g}$ dieses Isotops $\text{Co } 60$ enthalten.
 - Gib die Zerfallsgleichung an!
 - Wie viele Atome enthält das Präparat?
Wie viele Atome dieses Präparats zerfallen in einer Stunde?
Welche Aktivität hat damit dieses Präparat?
 - Welcher Prozentsatz des Kobaltisotops ist nach 20 Jahren zerfallen?
 - Welche Aktivität hat diese Probe nach 20 Jahren?



- Das Uranisotop 238 ist ein Alphastrahler mit einer Halbwertszeit von $4,5 \cdot 10^9$ Jahren. Eine Gesteinsprobe enthält $2,5\text{g}$ dieses Uranisotops.
 - Gib die Zerfallsgleichung an!
 - Wie viele U 238 - Atome enthält die Probe?
Wie viele U 238 - Atome dieser Probe zerfallen in 1000 Jahren?
 - Bestimme mit der Lösung zu Aufgabe b) die Aktivität dieser Probe!
- Das Kohlenstoffisotop $\text{C}14$ ist ein Betastrahler mit einer Halbwertszeit von $5,7 \cdot 10^3$ Jahren.
 - Gib die Zerfallsgleichung an!
 - Wie alt ist eine Probe, wenn 43 % des ursprünglich vorhandenen $\text{C}14$ -Anteils bereits zerfallen sind? Löse die Aufgabe durch geschicktes „Probieren“.
- Das Uranisotop 238 ist ein Alphastrahler mit einer Halbwertszeit von $4,5 \cdot 10^9$ Jahren. Wie alt ist ein Gesteinsbrocken, wenn 25 % des ursprünglich in ihm enthaltenen Urans 238 bereits zerfallen sind? Löse die Aufgabe durch geschicktes „Probieren“.

Hilfreiche Angabe: Atomare Masseneinheit $u = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

Rechnungen dazu: Ein Uranatom von U 238 hat damit die Masse $238 u = 238 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Ein Radonatom Rn 220 hat damit die Masse $220 u = 220 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Damit kann man die Anzahl N_0 der Atome einer Probe ermitteln.

Physik * Jahrgangsstufe 9 * Aufgaben zum Zerfallsgesetz * Lösungen

1. a) $N(2,0 \text{ min}) = N_0 \cdot 2^{-\frac{2 \text{ min}}{56 \text{ s}}} \Leftrightarrow \frac{N(2,0 \text{ min})}{N_0} = 2^{-\frac{120 \text{ s}}{56 \text{ s}}} = 2^{-\frac{120}{56}} = 0,2264\dots \approx 23\%$
 22,6 % sind nach 2,0 min noch vorhanden, das heißt es sind 77,4 % zerfallen.
- b) $N(3,0 \text{ min}) = N_0 \cdot 2^{-\frac{3 \text{ min}}{56 \text{ s}}} \Leftrightarrow \frac{N(3,0 \text{ min})}{N_0} = 2^{-\frac{180 \text{ s}}{56 \text{ s}}} = 2^{-\frac{180}{56}} = 0,1077\dots \approx 11\%$
 Nach 3,0 min sind noch 10,8 % vorhanden.
- c) $N(t) = N_0 \cdot 0,5^{\frac{t}{56 \text{ s}}} \leq 0,01 \cdot N_0 \Leftrightarrow 0,5^{\frac{t}{56 \text{ s}}} \leq 0,01$ wegen $0,5^{6,6} \approx 0,010$
 also $\frac{t}{56 \text{ s}} \geq 6,6 \Rightarrow t \geq 370 \text{ s} \approx 6,2 \text{ min}$; man muss etwa 6,2 min warten.

2. a) ${}_{86}^{222}\text{Rn} \rightarrow {}_{84}^{218}\text{Po} + {}_2^4\text{He}$
- b) $N(10 \text{ d}) = N_0 \cdot 2^{-\frac{10 \text{ d}}{3,8 \text{ d}}} = N_0 \cdot 2^{-\frac{50}{19}} = 0,16 \cdot N_0 = 16\%$ von N_0
 Nach 10 Tagen sind noch 16% der Radonmenge vorhanden.



3. a) ${}_{53}^{131}\text{I} \rightarrow {}_{54}^{131}\text{Xe} + {}_{-1}^0\text{e} + \bar{\nu}_e$
- b) Die Halbwertszeit beträgt etwa 8,0 Tage.
- c) $A(2 \text{ Monate}) = A_0 \cdot 0,5^{\frac{2 \cdot 30 \text{ d}}{8 \text{ d}}} \approx 0,0055 \cdot A_0 = 0,55\%$ von A_0

4. a) ${}_{27}^{60}\text{Co} \rightarrow {}_{28}^{60}\text{Ni} + {}_{-1}^0\text{e}$
- b) $1 \text{ mol Co } 60 \hat{=} 60 \text{ g} \hat{=} 6,02 \cdot 10^{23} \text{ Atome}$;

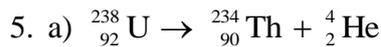
also gehören zu $1 \mu\text{g Co } 60$ insgesamt $N_0 = \frac{10^{-6} \text{ g}}{60 \text{ g}} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 1,0 \cdot 10^{16} \text{ Atome}$

$N_0 - N(1,0 \text{ h}) = N_0(1 - 0,5^{\frac{1,0 \text{ h}}{5,3 \text{ a}}}) = N_0(1 - 0,5^{\frac{1,0 \text{ s}}{5,3 \cdot 365 \cdot 24 \text{ h}}}) = 1,49 \cdot 10^{-5} \cdot N_0 = 1,5 \cdot 10^{11}$

$A = A_0 = \frac{1,5 \cdot 10^{11}}{1,0 \text{ h}} = \frac{1,5 \cdot 10^{11}}{3600 \text{ s}} = 42 \cdot 10^6 \text{ Bq}$

- c) $\frac{N(20 \text{ a})}{N_0} = 0,5^{\frac{20 \text{ a}}{5,3 \text{ a}}} = 0,5^{\frac{200}{53}} = 0,073 = 7,3\%$ Nach 20 Jahren sind 92,7% zerfallen.

- d) $A(t) = A_0 \cdot 0,5^{\frac{t}{5,3 \text{ a}}} \Rightarrow A(20 \text{ a}) = A_0 \cdot 0,5^{\frac{20 \text{ a}}{5,3 \text{ a}}} = A_0 \cdot 0,073 = 3,1 \cdot 10^6 \text{ Bq}$



b) $1 \text{ mol U 238} \hat{=} 238\text{g} \hat{=} 6,02 \cdot 10^{23} \text{ Atome};$

also gehören zu 2,5g U 238 insgesamt $N_0 = \frac{2,5\text{g}}{238\text{g}} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 6,3 \cdot 10^{21} \text{ Atome}$

In tausend Jahren zerfallen

$$\Delta N = N_0 - N(1000\text{a}) = N_0(1 - 0,5^{\frac{1000\text{a}}{4,5 \cdot 10^9\text{a}}}) = 1,54 \cdot 10^{-7} \cdot N_0 = 9,7 \cdot 10^{14} \text{ Kerne.}$$

c) Da $N(1,0\text{s})$ und N_0 auf mehr als 12 geltende Ziffern übereinstimmen, kann der Taschenrechner deren Differenz nur als 0 angeben.

Da sich aber die Aktivität bei der sehr großen Halbwertszeit innerhalb der ersten 1000 Jahre so gut wie nicht verändert, kann man die Aktivität A_0 wie folgt ermitteln:

$$A_0 = \frac{9,7 \cdot 10^{14}}{1000\text{a}} = \frac{9,7 \cdot 10^{14}}{1000 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600\text{s}} = 3,1 \cdot 10^3 \text{ Bq} = 3,1\text{kBq}$$



b) $N(t) = 0,57 \cdot N_0 \Leftrightarrow N_0 \cdot 0,5^{\frac{t}{5,7 \cdot 10^3\text{a}}} = 0,57 \cdot N_0 \Leftrightarrow 0,5^{\frac{t}{5,7 \cdot 10^3\text{a}}} = 0,57$

wegen $0,5^{0,81} \approx 0,57$ also $\frac{t}{5,7 \cdot 10^3\text{a}} \approx 0,81$ also $t = 0,81 \cdot 5,7 \cdot 10^3\text{a} = 4,6 \cdot 10^3\text{a}$

7. $N(t) = 0,75 \cdot N_0 \Leftrightarrow N_0 \cdot 0,5^{\frac{t}{4,5 \cdot 10^9\text{a}}} = 0,75 \cdot N_0 \Leftrightarrow 0,5^{\frac{t}{4,5 \cdot 10^9\text{a}}} = 0,75$

wegen $0,5^{0,415} \approx 0,75$ also $\frac{t}{4,5 \cdot 10^9\text{a}} \approx 0,415$ also $t = 0,415 \cdot 4,5 \cdot 10^9\text{a} = 1,9 \cdot 10^9\text{a}$

Hinweis:

Mit der Mathematik der 10. Klasse kann man auf das geschickte Probieren verzichten:

$$0,5^{\frac{t}{4,5 \cdot 10^9\text{a}}} = 0,75 \Leftrightarrow \frac{t}{4,5 \cdot 10^9\text{a}} = \log_{0,5}(0,75) \Leftrightarrow \frac{t}{4,5 \cdot 10^9\text{a}} = 0,415037\dots \Leftrightarrow$$

$$t = 0,415037\dots \cdot 4,5 \cdot 10^9\text{a} = 1,867\dots \cdot 10^9\text{a} \approx 1,9 \cdot 10^9\text{a}$$