

Q11 / 2 * Mathematik m1 * 1. Stegreifaufgabe am 09.05.2017 * Gruppe A

1. Die Funktion f mit $f(x) = \ln\left(\frac{5x}{x^2 + 4}\right)$ soll untersucht werden.
- a) Bestimmen Sie den Definitionsbereich und untersuchen Sie das Verhalten an den Grenzen des Definitionsbereichs.
 - b) Berechnen Sie alle Nullstellen von f .
 - c) Bestimmen Sie alle Extrempunkte des Graphen von f und prüfen Sie, ob es sich um Hoch-, Tief- oder Terrassenpunkte handelt.
 - d) Skizzieren Sie den Graphen von f unter Berücksichtigung Ihrer Ergebnisse aus den vorangegangenen Teilaufgaben.
2. Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichung und runden Sie das exakte Ergebnis auf zwei Dezimalstellen.
- a) $2 \cdot e^{3x} = 3 \cdot e^{x+2}$
 - b) $3^{3x-1} = 2 \cdot 5^x$

Aufgabe	1a	b	c	d	2a	b	Σ
Punkte	4	4	7	3	3	3	24



Gutes Gelingen! G.R.

Q11 / 2 * Mathematik m1 * 1. Stegreifaufgabe am 09.05.2017 * Gruppe B

1. Die Funktion f mit $f(x) = \ln\left(\frac{5x}{x^2 + 4}\right)$ soll untersucht werden.
- a) Bestimmen Sie den Definitionsbereich und untersuchen Sie das Verhalten an den Grenzen des Definitionsbereichs.
 - b) Berechnen Sie alle Nullstellen von f .
 - c) Bestimmen Sie alle Extrempunkte des Graphen von f und prüfen Sie, ob es sich um Hoch-, Tief- oder Terrassenpunkte handelt.
 - d) Skizzieren Sie den Graphen von f unter Berücksichtigung Ihrer Ergebnisse aus den vorangegangenen Teilaufgaben.
2. Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichung und runden Sie das exakte Ergebnis auf zwei Dezimalstellen.
- a) $3 \cdot e^{3x} = 2 \cdot e^{x+4}$
 - b) $2^{2x-1} = 3 \cdot 5^x$

Aufgabe	1a	b	c	d	2a	b	Σ
Punkte	4	4	7	3	3	3	24



Gutes Gelingen! G.R.

Q11 / 2 * Mathematik m1 * 1. Stegreifaufgabe am 09.05.2017 * Lösungen

Gruppe A/B

1. a) $f(x) = \ln\left(\frac{5x}{x^2+4}\right)$; $\frac{5x}{x^2+4} > 0 \Leftrightarrow 5x > 0 \Leftrightarrow x > 0$ also $D_f = \mathbb{R}^+$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \ln\left(\frac{5x}{x^2+4}\right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \ln\left(\frac{5x}{x^2}\right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \ln\left(\frac{5}{x}\right) = " \ln 0^+ " = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln\left(\frac{5x}{x^2+4}\right) = " \ln \frac{0}{4} " = -\infty$$

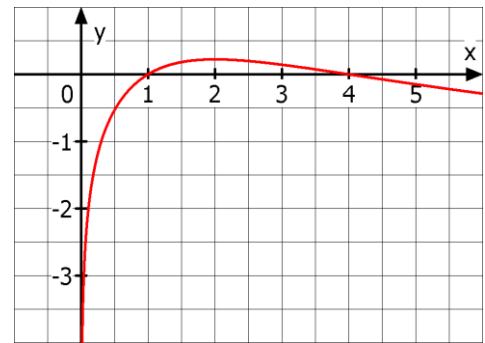
b) $f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{5x}{x^2+4} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x-1) \cdot (x-4) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 1 ; x_2 = 4$

c) $f'(x) = \frac{x^2+4}{5x} \cdot \frac{5 \cdot (x^2+4) - 5x \cdot 2x}{(x^2+4)^2} = \frac{20 - 5x^2}{5x \cdot (x^2+4)} = \frac{4 - x^2}{x \cdot (x^2+4)} = \frac{(2-x) \cdot (2+x)}{x \cdot (x^2+4)}$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x_3 = 2$ ($x_4 = -2 \notin D_f$) und $y_3 = \ln\left(\frac{10}{4+4}\right) = \ln \frac{5}{4} \approx 0,22$

x	$0 < x < 2$	2	$2 < x < \infty$
$(2-x) \cdot (x+2)$	> 0	0	< 0
$f'(x)$	> 0	0	< 0

also HOP (2 / ln 1,25)
(folgt auch aus dem Grenzwertverhalten!)



Gruppe A

2. a) $2 \cdot e^{3x} = 3 \cdot e^{x+2} \Leftrightarrow \ln 2 + 3x = \ln 3 + (x+2) \Leftrightarrow 2x = 2 + \ln 3 - \ln 2 \Leftrightarrow$
 $x = 1 + 0,5 \cdot \ln 1,5 = 1,202... \approx 1,20$

b) $3^{3x-1} = 2 \cdot 5^x \Leftrightarrow (3x-1) \cdot \ln 3 = \ln 2 + x \cdot \ln 5 \Leftrightarrow x \cdot 3 \ln 3 - x \cdot \ln 5 = \ln 2 + \ln 3 \Leftrightarrow$
 $x \cdot \ln\left(\frac{27}{5}\right) = \ln 6 \Leftrightarrow x = \ln 6 : \ln\left(\frac{27}{5}\right) = 1,062... \approx 1,06$

Gruppe B

2. a) $3 \cdot e^{3x} = 2 \cdot e^{x+4} \Leftrightarrow \ln 3 + 3x = \ln 2 + (x+4) \Leftrightarrow 2x = 4 + \ln 2 - \ln 3 \Leftrightarrow$
 $x = 2 + 0,5 \cdot \ln \frac{2}{3} = 1,797... \approx 1,80$

b) $2^{2x-1} = 3 \cdot 5^x \Leftrightarrow (2x-1) \cdot \ln 2 = \ln 3 + x \cdot \ln 5 \Leftrightarrow x \cdot 2 \cdot \ln 2 - x \cdot \ln 5 = \ln 2 + \ln 3 \Leftrightarrow$
 $x \cdot \ln\left(\frac{4}{5}\right) = \ln 6 \Leftrightarrow x = \ln 6 : \ln \frac{4}{5} = -8,029... \approx -8,03$