

Q12 * Astrophysik * Optischer Dopplereffekt

1. Granulation in der Photosphäre unserer Sonne

Die körnig erscheinende Oberflächenstruktur unserer Sonne entsteht durch aufsteigende und absinkende Gase. In den Zentren der Granulen steigt das Gas mit einer Geschwindigkeit von ca. 1 km/s nach oben, an den Rändern sinkt das Gas mit etwa 0,5 km/s nach unten.

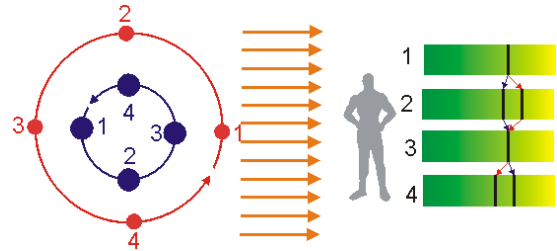
Die H_{α} -Linie mit $\lambda = 656,281$ nm ist daher für die aufsteigenden und die absinkenden Gasmassen wegen des Dopplereffekts geringfügig verschoben.

Mit welcher Genauigkeit müsste man diese Änderung der Wellenlänge messen, um die Geschwindigkeiten der Gasmassen zu bestimmen?

2. Doppelsternsystem

Beobachtet man einen Doppelstern aus einem Punkt der gemeinsamen Bahnebene der beiden Sterne, so bewegen sich die beiden Sterne im Gegenrhythmus auf uns zu bzw. von uns weg.

Bei dieser Bewegung verschieben sich die charakteristischen Absorptionslinien beider Sterne im Gegenrhythmus und man kann die radialen Geschwindigkeitskomponenten beider Sterne bestimmen, auch wenn man diese nicht getrennt sehen kann, weil das Auflösungsvermögen des Teleskops nicht ausreicht. [Quelle: LeiFi] Man spricht von einem so genannten spektroskopischen Doppelsternsystem.



Aufgabe

Bei einem Doppelsternsystem ist die H_{α} -Linie mit $\lambda = 656,281$ nm maximal um $\Delta\lambda_1 = 0,080$ nm bzw. $\Delta\lambda_2 = 0,040$ nm verschoben. Zwischen den Positionen 1 und 3 (siehe Bild oben) vergehen gerade 85 Tage. Nehmen Sie im Folgenden an, dass wir uns als Beobachter in der Bahnebene des Doppelsternsystems befinden.

- Bestimmen Sie die Geschwindigkeiten der beiden Sterne auf ihren Kreisbahnen.
- Bestimmen Sie das Verhältnis der beiden Sonnenmassen.
- Bestimmen Sie den Abstand der beiden Sterne voneinander.
- Bestimmen Sie die Massen der beiden Sterne in Vielfachen der Sonnenmasse $M_{\odot} = 2,0 \cdot 10^{30}$ kg.

3. Krebsnebel

Im Sternbild Stier kann man einen expandierenden Nebel (den Krebsnebel) beobachten. Die Emissionslinien des Nebels sind dabei maximal um

$\Delta\lambda_1 = 4,3 \cdot 10^{-3} \cdot \lambda_0$ verschoben. Der Nebel vergrößert pro Jahr seinen Durchmesser um ca. $0,40''$.

- Bestimmen Sie die Geschwindigkeit, mit der sich der Nebel ausdehnt.
- Bestimmen Sie die Entfernung des Nebels.

Der Nebel ist der Überrest einer Supernova. Bei der Sternexplosion wurde ein Teil der Sternatmosphäre weggeschleudert. Die Winkelausdehnung beträgt heute etwa $6' \times 4'$.

- Wann etwa hat diese Supernova für einen Erdbeobachter stattgefunden, wenn man von konstanter Expansionsgeschwindigkeit des Nebels ausgeht? (Im Jahr 1054 haben chinesische Astronomen an der Stelle des Krebsnebels eine Supernova beobachtet!)



Q12 * Astrophysik * Optischer Dopplereffekt

1. Granulation

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c} \Rightarrow \Delta\lambda_{\text{aufsteigend}} = -\lambda \cdot \frac{v_{\text{aufsteigend}}}{c} = -656,281 \text{ nm} \cdot \frac{1 \text{ km/s}}{3,0 \cdot 10^5 \text{ km/s}} \approx -0,002 \text{ nm}$$

$$\text{analog } \Delta\lambda_{\text{sinkend}} = +\lambda \cdot \frac{v_{\text{sinkend}}}{c} = 656,281 \text{ nm} \cdot \frac{0,5 \text{ km/s}}{3,0 \cdot 10^5 \text{ km/s}} \approx 0,001 \text{ nm}$$

$$\text{also } \lambda_{\text{aufsteigend}} = 656,279 \text{ nm} \text{ und } \lambda_{\text{sinkend}} = 656,280 \text{ nm}$$

Der Dopplereffekt müsste damit auf 6 geltende Ziffern genau gemessen werden.

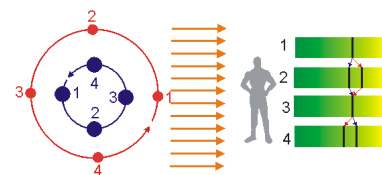
2. Doppelsternsystem

$$\text{a) } \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v_{\text{radial}}}{c} \Rightarrow v_1 = v_{1,\text{radial}} = \frac{\Delta\lambda_1}{\lambda} \cdot c = \frac{0,080 \text{ nm}}{656,281 \text{ nm}} \cdot 3,0 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 36,6 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

$$v_2 = v_{2,\text{radial}} = \frac{\Delta\lambda_2}{\lambda} \cdot c = \frac{0,040 \text{ nm}}{656,281 \text{ nm}} \cdot 3,0 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 18,3 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

$$\text{b) } \frac{2 \cdot \pi \cdot r_1}{T} = v_1 \text{ und } \frac{2 \cdot \pi \cdot r_2}{T} = v_2 \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{2}{1} \text{ also } r_1 = 2r_2$$

$$m_1 \cdot \omega^2 \cdot r_1 = m_2 \cdot \omega^2 \cdot r_2 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{2} \text{ also } m_2 = 2m_1$$



$$\text{c) } T = 2 \cdot 85 \text{ d} = 170 \text{ d} ; v_1 = \frac{2 \cdot \pi \cdot r_1}{T} \Rightarrow r_1 = \frac{v_1 \cdot T}{2\pi} = \frac{36,6 \frac{\text{km}}{\text{s}} \cdot 170 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s}}{2\pi} = 85,6 \cdot 10^6 \text{ km}$$

$$r_2 = \frac{1}{2} \cdot r_1 = 42,8 \cdot 10^6 \text{ km} \text{ und damit } r = r_1 + r_2 = 128 \cdot 10^6 \text{ km}$$

$$\text{d) } \omega^2 = G \cdot \frac{m_1 + m_2}{r^3} \Rightarrow$$

$$m_1 + m_2 = \frac{\omega^2 \cdot r^3}{G} = \frac{4 \cdot \pi^2}{T^2} \cdot r^3 = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot (128 \cdot 10^9 \text{ m})^3}{(170 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s})^2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}} = 5,8 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

$$m_1 = \frac{1}{3}(m_1 + m_2) = \frac{1}{3} \cdot 5,8 \cdot 10^{30} \text{ kg} = 1,9 \cdot 10^{30} \text{ kg} = 0,95 m_{\odot} \text{ und } m_2 = 3,9 \cdot 10^{30} \text{ kg} = 1,95 m_{\odot}$$

3. Krebsnebel

$$\text{a) } \frac{\Delta\lambda}{\lambda_o} = \frac{v}{c} \Rightarrow v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_o} \cdot c = 4,3 \cdot 10^{-3} \cdot 3,0 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1,3 \cdot 10^3 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

$$\text{b) mit } v = 1,3 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ und } \varphi = 0,40'' \text{ gilt } v = \frac{x}{1a} \text{ und } \frac{2x}{r} = \tan \varphi \Rightarrow$$

$$r = \frac{2x}{\tan \varphi} = \frac{2 \cdot v \cdot 1a}{\tan \varphi} = \frac{2 \cdot 1,3 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s}}{\tan(0,40'' : 3600)} = 4,23 \cdot 10^{19} \text{ m} = \frac{4,23 \cdot 10^{19}}{9,461 \cdot 10^{15}} \text{ Lj} = 4,5 \cdot 10^3 \text{ Lj}$$

$$\text{c) } \frac{T}{1a} \approx \frac{6'}{0,40''} = \frac{6 \cdot 60''}{0,40''} = 900 \Rightarrow T \approx 900 \text{ a, also konnte man die Supernova um das Jahr 1100}$$

beobachten. Es handelt sich also sehr wahrscheinlich um die Supernova des Jahres 1054.

