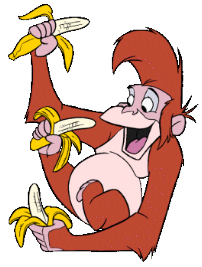
Q12 * Mathematik * Aufgaben zur Kombinatorik



1. In einem Spiel wird eine L-Münze fünfmal geworfen.
   Erscheint dreimal nacheinander Zahl, so erhält der Spieler einen Preis.
   Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür?

2. Sechs Jungen und vier Mädchen sollen in zwei Mannschaften zu je 5 Spielern aufgeteilt werden. Auf wie viele Arten geht das, wenn in jeder Mannschaft mindestens ein Mädchen mitspielen soll?

3. Aus einer Gruppe von 8 Männern und 4 Frauen sollen 4 Personen für ein Tennisspiel ausgewählt werden. Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn
   a) keinerlei Beschränkungen bestehen,
   b) keine Frau mitspielen soll,
   c) genau 2 Frauen mitspielen sollen,
   d) höchstens 2 Frauen mitspielen sollen?

4. Ein Bridge-Spiel besteht aus 52 Karten, von denen 4 Asse sind.
   Man entnimmt 13 Karten. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat man
   a) kein As b) genau ein As c) mindestens ein As
   d) genau 2 Asse e) alle 4 Asse f) höchstens ein As?

5. Aus 6 Ehepaaren werden 2 Personen ausgelost.
   Mit welcher Wahrscheinlichkeit handelt es sich um
   a) zwei Damen b) zwei Herren
   c) ein Ehepaar d) eine Dame und einen Herren?

6. a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit haben von 12 zufällig ausgewählten Personen mindestens zwei in einem gemeinsamen Monat Geburtstag?
   (Alle Monate sollen hierbei gleich wahrscheinlich sein!)
   b) Beantworten Sie die Frage aus 6a) für 9 zufällig ausgewählte Personen!

7. Drei Mädchen und drei Jungen setzen sich auf gut Glück nebeneinander auf eine Bank.
   Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass
   a) die drei Mädchen nebeneinander sitzen,
   b) links außen ein Mädchen sitzt,
   c) eine sogenannte "bunte" Reihe entsteht.

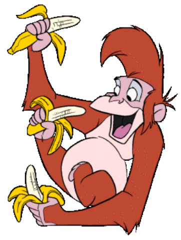
8. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass unter n Personen mindestens eine ist, die mit mir am gleichen Tag Geburtstag hat? (Der 29. Februar werde vernachlässigt!)
   Ab welchem n lohnt es sich, darauf zu wetten?

9. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei zehnmaligem Wurf eines L-Würfels jede Augenzahl mindestens einmal auftritt!

10. In einer Schublade befinden sich 4 grüne, 6 blaue und 2 graue Socken.
    2 (bzw. 3 bzw. 4) Socken werden im Dunkeln herausgenommen.
    Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man zwei gleichfarbige Socken?

11. Ein Prüfer testet 100 Geräte, unter denen sich 10 defekte befinden.
    Er wählt willkürlich 10 aus und akzeptiert die Lieferung nur dann, wenn die Probe kein defektes Gerät enthält.
    Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird die Lieferung angenommen?

Q12 * Mathematik * Aufgaben zur Kombinatorik



1. $p = \frac{1+4+3}{2^5} = \frac{1}{4} = 25\%$ (ZZZZZ, KZZZZ, ZKZZZ, ZZZKZ, ZZZZK, KKZZZ, KZZZK, KKZZZ)

2. Wenn man die beiden Mannschaften nicht unterscheidet lautet die Anzahl:

$$N = \left[\binom{4}{1}\cdot\binom{6}{4} + \binom{4}{2}\cdot\binom{6}{3} + \binom{4}{3}\cdot\binom{6}{2} \right] : 2 = 240 : 2 = 120$$

3. a) $\binom{12}{4} = 495$ b) $\binom{8}{4} = 70$ c) $\binom{4}{2}\cdot\binom{8}{2} = 168$ d) $\binom{8}{4} + \binom{4}{1}\cdot\binom{8}{3} + \binom{4}{2}\cdot\binom{8}{2} = 462$

4. a) $\binom{48}{13} : \binom{52}{13} \approx 30{,}4\%$ b) $\binom{4}{1}\cdot\binom{48}{12} : \binom{52}{13} \approx 43{,}9\%$

c) $1 - \binom{48}{13} : \binom{52}{13} \approx 69{,}6\%$ d) $\binom{4}{2}\cdot\binom{48}{11} : \binom{52}{13} \approx 21{,}3\%$

e) $\binom{4}{4}\cdot\binom{48}{9} : \binom{52}{13} \approx 0{,}26\%$ f) $P(a) + P(b) \approx 30{,}4\% + 43{,}9\% = 74{,}3\%$

5. a) $\binom{6}{2} : \binom{12}{2} \approx 22{,}7\%$ b) $\binom{6}{2} : \binom{12}{2} \approx 22{,}7\%$

c) $\binom{6}{1} : \binom{12}{2} \approx 9{,}1\%$ d) $\binom{6}{1}\cdot\binom{6}{1} : \binom{12}{2} \approx 54{,}5\%$

6. a) $1 - \frac{12!}{12^{12}} \approx 99{,}99\%$ b) $1 - \left[\binom{12}{9}\cdot 9!\right] : 12^9 \approx 98{,}5\%$

7. a) $\frac{4\cdot 3!\cdot 3!}{6!} = \frac{1}{5} = 20\%$ b) $\frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 50\%$ c) $\frac{2\cdot 3!\cdot 3!}{6!} = \frac{1}{10} = 10\%$

8. $P(n) = 1 - \frac{364^n}{365^n}$ Die Wette lohnt sich für $P(n) > 50\%$, also

$$1 - \frac{364^n}{365^n} > 0{,}50 \Leftrightarrow \frac{364^n}{365^n} < 0{,}50 \Leftrightarrow \ln\frac{364^n}{365^n} < \ln 0{,}50 \Leftrightarrow \ln((\frac{364}{365})^n) < \ln 0{,}50 \Leftrightarrow$$

$$n\cdot\ln(\frac{364}{365}) < \ln 0{,}50 \Leftrightarrow n > \frac{\ln 0{,}50}{\ln(\frac{364}{365})} = 252{,}6... \quad \text{also } n \geq 253$$

9. $$\left[\binom{6}{1}\cdot\binom{10}{5}\cdot 5! + \binom{6}{1}\cdot\binom{10}{4}\cdot\binom{5}{1}\cdot\binom{6}{2} 4! + \binom{6}{2}\cdot\binom{10}{6}\cdot\frac{6!}{3!\cdot 3!}\cdot 4! + \binom{6}{1}\cdot\binom{10}{3}\cdot\binom{5}{2}\cdot\binom{7}{4}\cdot\frac{4!}{2!\cdot 2!}\cdot 3! + \binom{6}{4}\cdot\binom{10}{8}\cdot\frac{8!}{(2!)^4}\cdot 2!\right] : 6^{10} =$$

$$(181440 + 2268000 + 1512000 + 9072000 + 3402000) : 60466176 = \frac{16\ 435\ 440}{60\ 466\ 176} \approx 27{,}2\%$$

10. 2 Socken: $p = \left[\binom{2}{2} + \binom{4}{2} + \binom{6}{2}\right] : \binom{12}{2} = \frac{1}{3} \approx 33{,}3\%$

3 Socken: $p = \left[\binom{2}{2}\cdot\binom{10}{1} + \binom{4}{2}\cdot\binom{8}{1} + \binom{6}{2}\cdot\binom{6}{1} + \binom{4}{3} + \binom{6}{3}\right] : \binom{12}{3} = \frac{172}{220} \approx 78{,}2\%$

4 Socken: p = 100%

11. $p = \binom{90}{10} : \binom{100}{10} \approx 33{,}0\%$