

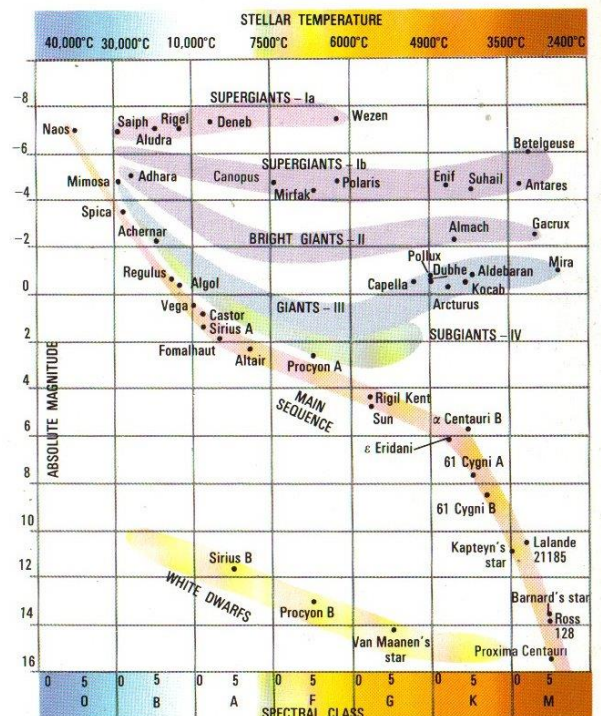
Q12 * Astrophysik ph₂ * Klausur am 24.03.2014

1. Etwa 60 - 70% der Sterne unserer Milchstraße sind Doppelstern- oder Mehrfachsysteme.
 - a) Man unterscheidet 4 unterschiedliche Arten von Doppelsternsystemen. Benennen Sie diese 4 unterschiedlichen Typen.
 - b) Capella im Sternbild Fuhrmann ist ein Mehrfachsternensystem. Die Komponenten Aa und Ab umrunden dabei einander in 104 Tagen in einem Abstand von $1,15 \cdot 10^{11}$ m. Bestimmen Sie aus diesen Daten die Gesamtmasse des Systems in Vielfachen der Sonnenmasse.
 - c) Die relative Linienverschiebung $\Delta \lambda : \lambda$ der H α -Linie unterscheidet sich für Aa und Ab kaum. Der Wert von $\Delta \lambda : \lambda$ für Aa beträgt etwa 93% des entsprechenden Wertes für Ab. Bestimmen Sie nun die Masse der Komponente Aa in Vielfachen der Sonnenmasse.

2. Altair ist der hellste Stern im Sternbild Adler.

Seine scheinbare Helligkeit beträgt 0,76, die jährliche Parallaxe hat den Wert $0,195''$.

- a) Bestimmen Sie die Entfernung von Altair in den Einheiten parsec und Lichtjahren.
- b) Bestimmen Sie die absolute Helligkeit von Altair und vergleichen Sie mit dem Wert im abgebildeten HRD.
- c) Bestimmen Sie die Leuchtkraft von Altair in Vielfachen der Sonnenleuchtkraft.
- d) Schätzen Sie den Radius von Altair in Vielfachen des Sonnenradius R_{\odot} ab. Welchen Wert müssen Sie zu diesem Zweck dem abgebildeten HRD entnehmen?
- e) Schätzen Sie die Masse von Altair in Vielfachen der Sonnenmasse ab. Welche Information müssen Sie dafür dem abgebildeten HRD entnehmen?
- f) Schätzen Sie ab, wie lange Altair ein Hauptreihenstern bleibt. Welche nächste Entwicklungsstufe hat Altair dann zu erwarten?



Längeneinheiten: $1,00 \text{ pc} = 3,26 \text{ Lj} = 3,09 \cdot 10^{16} \text{ m}$

Gravitationskonstante: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$

Daten der Sonne: absolute Helligkeit $M_{\odot} = 4,8$ Masse $m_{\odot} = 2,0 \cdot 10^{30} \text{ kg}$
 Oberflächentemperatur $T_{\odot} = 5800 \text{ K}$

Aufgabe	1a	b	c	2a	b	c	d	e	f	Summe
Punkte	4	4	4	2	3	3	4	3	4	31



Gutes Gelingen! G.R.

Q12 * Astrophysik ph2 * Klausur am 24.03.2014 * Lösung

1. a) Man unterscheidet visuelle, astrometrische, photometrische und spektroskopische Doppelsterne.

$$b) \omega^2 = G \cdot \frac{m_{Aa} + m_{Ab}}{d^3} \Rightarrow m_{Aa} + m_{Ab} = \frac{\omega^2 \cdot d^3}{G} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot d^3}{T^2 \cdot G} =$$

$$\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot (1,15 \cdot 10^{11})^3}{(104 \cdot 24 \cdot 3600s)^2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} m^3 / (kg \cdot s^2)} = 11,148... \cdot 10^{30} kg = \frac{11,148...}{2,0} \cdot m_{\odot} = 5,6 m_{\odot}$$

$$c) \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c} \quad \text{und} \quad \frac{v_{Aa}}{v_{Ab}} = \frac{r_{Aa}}{r_{Ab}} = \frac{m_{Ab}}{m_{Aa}} \Rightarrow 0,93 = \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \right)_{Aa} : \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \right)_{Ab} = \frac{m_{Ab}}{m_{Aa}} \Rightarrow m_{Ab} = 0,93 \cdot m_{Aa} \Rightarrow$$

$$m_{Ab} = 0,93 \cdot m_{Aa} \quad \text{und} \quad m_{ges} = 1,93 \cdot m_{Aa} \Rightarrow m_{Aa} = \frac{5,6 \cdot m_{\odot}}{1,93} = 2,9 m_{\odot}$$

$$2. a) r = \frac{1''}{p} \cdot pc = \frac{1''}{0,195''} \cdot pc = 5,13 pc = 16,7 Lj$$

$$b) m - M = 5 \cdot \lg \frac{r}{10 pc} \Rightarrow M = m - 5 \cdot \lg \frac{5,13 pc}{10 pc} = 0,76 - (-1,45) = 2,21 \text{ (passt zum HRD)}$$

$$c) M_A - M_{\odot} = -2,5 \cdot \lg \frac{L_A}{L_{\odot}} \Rightarrow \frac{L_A}{L_{\odot}} = 10^{\frac{M_A - M_{\odot}}{-2,5}} = 10^{\frac{4,8 - 2,21}{-2,5}} = 10,86... \Rightarrow L_A = 11 L_{\odot}$$

d) Die Oberflächentemperatur von Altair ist dem HRD zu entnehmen. $T_A \approx 8000K$ und

$$L = \sigma \cdot A \cdot T^4 = \sigma \cdot 4\pi R^2 \cdot T^4 \Rightarrow \frac{R_A^2 T_A^4}{L_A} = \frac{R_{\odot}^2 T_{\odot}^4}{L_{\odot}} \Rightarrow$$

$$R_A = R_{\odot} \cdot \sqrt{\frac{L_A}{L_{\odot}} \cdot \frac{T_{\odot}^2}{T_A^2}} = \sqrt{11} \cdot \frac{5800^2}{8000^2} \cdot R_{\odot} \approx 1,7 R_{\odot}$$

e) Altair ist ein Hauptreihenstern. Es gilt damit die Masse-Leuchtkraft-Beziehung $L \sim m^3$.

$$\text{Also } \frac{L_A}{L_{\odot}} = \frac{m_A^3}{m_{\odot}^3} \Rightarrow m_A = \sqrt[3]{\frac{L_A}{L_{\odot}}} \cdot m_{\odot} = \sqrt[3]{11} \cdot m_{\odot} \approx 2,2 \cdot m_{\odot}$$

f) Die „Lebenserwartung“ τ auf der Hauptreihe ist proportional zur Masse m („Brennmaterial“) und umgekehrt proportional zur Strahlungsleistung, d.h. Leuchtkraft L . Daher gilt

$$\tau \sim \frac{m}{L} \sim \frac{m}{m^3} = \frac{1}{m^2} \quad \text{und wegen } \tau_{\odot} \approx 10 \cdot 10^9 \text{ a folgt daher}$$

$$\frac{\tau_A}{\tau_{\odot}} = \frac{m_{\odot}^2}{m_A^2} \Rightarrow \tau_A = \frac{m_{\odot}^2}{m_A^2} \cdot \tau_{\odot} = \frac{1}{2,2^2} \cdot 10 \cdot 10^9 \text{ a} \approx 2 \cdot 10^9 \text{ a}$$

Altair wird zum „Roten Riesen“ werden.

