

Mathematik * Jahrgangsstufe 9 * Übungsaufgaben zu den Binomischen Formeln

1. Multipliziere aus und fasse neu zusammen!

a) $(3x - 5y)^2$

b) $\frac{2}{3}(6a - 1,5b)^2$

c) $(0,5x - y)^2 - (0,5x - y) \cdot (0,5x + y)$

d) $\left(\frac{1}{3}x - 2\right)^2 + \frac{1}{3} \cdot (x + 2)^2$

e) $(2x - 3)^2 - 2 \cdot (x + 3)^2 - \frac{1}{2} \cdot (6 - 2x)^2$

f) $\frac{1}{3} \cdot (1,5a - b)^2 - \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{1}{3}b + a\right)^2$

g) $(a - 0,4b)^2 - 2 \cdot (0,3b - 0,5a)^2 + 0,2 \cdot (a + 0,1b)^2$

2. Faktorisiere, aber nur falls möglich!

a) $289x^2 - 100$

b) $1 + 8x + 4x^2$

c) $1 + 4x + 4x^2$

d) $2x^2 - 10x + 12,5$

e) $49x^2 + 64y^2 - 112xy$

f) $2x^2 - 8xy + 2y^2$

g) $48y^3 - 147x^2y$

h) $108a^2 + 147 - 252a$

i) $2x^2 - 6xy + 2,25y^2$

k) $2x^2 - y^2$



3. Ergänze!

a) $x^2 - 6xy + \dots = (\dots)^2$

b) $2a^2 - 4a + \dots = 2 \cdot (\dots)^2$

c) $x^2 - \frac{1}{5}xy + \dots = (\dots)^2$

d) $y^2 + 0,6xy + \dots = (\dots)^2$

e) $3a^2 + 1,5a + \dots = 3 \cdot (\dots)^2$

f) $4x^2 + 0,25y^2 + \dots = (\dots)^2$

g) $9a^2 + 9ab + \dots = (\dots)^2$

h) $9a^2 + 6ab + \dots = (\dots)^2$

i) $5x^2 - 4xy + \dots = 5 \cdot (\dots)^2$

k) $\frac{1}{4}a^2 + 6a + \dots = (\dots)^2$

4. Gib den größtmöglichen Definitionsbereich an und vereinfache so weit wie möglich!

a)
$$\frac{5x^2 - 20x + 20}{x - 2}$$

b)
$$\frac{3x^2 + 6x + 3}{2x + 2}$$

c)
$$\frac{2a^2 - 12a + 18}{a^2 - 9}$$

d)
$$\frac{x^2 + 2x + 1}{2x^2 - 2}$$

Mathematik * Jahrgangsstufe 9 * Binomische Formeln * Lösungen

1. a) $(3x - 5y)^2 = 9x^2 - 30xy + 25y^2$ b) $\frac{2}{3}(6a - 1,5b)^2 = 24a^2 - 12ab + 1,5b^2$
 c) $(0,5x - y)^2 - (0,5x - y) \cdot (0,5x + y) = 0,25x^2 - xy + y^2 - (0,25x^2 - y^2) = 2y^2 - xy$
 d) $\left(\frac{1}{3}x - 2\right)^2 + \frac{1}{3} \cdot (x+2)^2 = \frac{1}{9}x^2 - \frac{4}{3}x + 4 + \frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{3} = \frac{4}{9}x^2 + \frac{16}{3}$
 e) $(2x - 3)^2 - 2 \cdot (x+3)^2 - \frac{1}{2} \cdot (6 - 2x)^2 =$
 $4x^2 - 12x + 9 - 2 \cdot (x^2 + 6x + 9) - \frac{1}{2} \cdot (36 - 24x + 4x^2) = \dots = -12x - 27$
 f) $\frac{1}{3} \cdot (1,5a - b)^2 - \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{1}{3}b + a\right)^2 = \frac{1}{3} \cdot (2,25a^2 - 3ab + b^2) - \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{1}{9}b^2 + \frac{2}{3}ab + a^2\right) =$
 $0,75a^2 - ab + \frac{1}{3}b^2 - \frac{1}{12}b^2 - \frac{1}{2}ab - \frac{3}{4}a^2 = -1,5ab + 0,25b^2$
 g) $(a - 0,4b)^2 - 2 \cdot (0,3b - 0,5a)^2 + 0,2 \cdot (a + 0,1b)^2 = \dots = 0,7a^2 - 0,16ab$

2. a) $289x^2 - 100 = (17x - 10) \cdot (17x + 10)$
 b) $1 + 8x + 4x^2$ ist nicht faktorisierbar!
 c) $1 + 4x + 4x^2 = (1 + 2x)^2$
 d) $2x^2 - 10x + 12,5 = 2 \cdot (x - 2,5)^2$
 e) $49x^2 + 64y^2 - 112xy = (7x - 8y)^2$
 f) $2x^2 - 8xy + 2y^2 = 2 \cdot (x - y)^2$
 g) $48y^3 - 147x^2y = 3y \cdot (4y - 7x) \cdot (4y + 7x)$
 h) $108a^2 + 147 - 252a = 3 \cdot (36a^2 - 84a + 49) = 3 \cdot (6a - 7)^2$
 i) $2x^2 - 6xy + 1,25y^2$ ist nicht faktorisierbar!
 k) $2x^2 - y^2 = (\sqrt{2} \cdot x - y) \cdot (\sqrt{2} \cdot x + y)$



3. a) $x^2 - 6xy + 9y^2 = (x - 3y)^2$ b) $2a^2 - 4a + 2 = 2 \cdot (a - 1)^2$
 c) $x^2 - \frac{1}{5}xy + \frac{1}{100}y^2 = (x - \frac{1}{10}y)^2$ d) $y^2 + 0,6xy + x^2 = (y + 0,3x)^2$
 e) $3a^2 + 1,5a + \frac{3}{16} = 3 \cdot (a + \frac{1}{4})^2$ f) $4x^2 + 0,25y^2 + 2xy = (2x + 0,5y)^2$
 g) $9a^2 + 9ab + 2,25b^2 = (3a + 1,5b)^2$ h) $9a^2 + 6ab + b^2 = (3a + b)^2$
 i) $5x^2 - 4xy + \frac{4}{5}y^2 = 5 \cdot (x - \frac{2}{5}y)^2$ k) $\frac{1}{4}a^2 + 6a + 36 = (\frac{a}{2} + 6)^2$

4. a) $\frac{5x^2 - 20x + 20}{x - 2} = \frac{5 \cdot (x - 2)^2}{x - 2} = 5 \cdot (x - 2) = 5x - 10 \quad \text{mit } D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$
 b) $\frac{3x^2 + 6x + 3}{2x + 2} = \frac{3 \cdot (x + 1)^2}{2 \cdot (x + 1)} = \frac{3}{2} \cdot (x + 1) \quad \text{mit } D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$
 c) $\frac{2a^2 - 12a + 18}{a^2 - 9} = \frac{2 \cdot (a - 3)^2}{(a - 3) \cdot (a + 3)} = \frac{2 \cdot (a - 3)}{a + 3} = \frac{2a - 6}{a + 3} \quad \text{mit } D = \mathbb{R} \setminus \{-3; 3\}$
 d) $\frac{x^2 + 2x + 1}{2x^2 - 2} = \frac{(x + 1)^2}{2 \cdot (x - 1) \cdot (x + 1)} = \frac{x + 1}{2 \cdot (x - 1)} \quad \text{mit } D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$