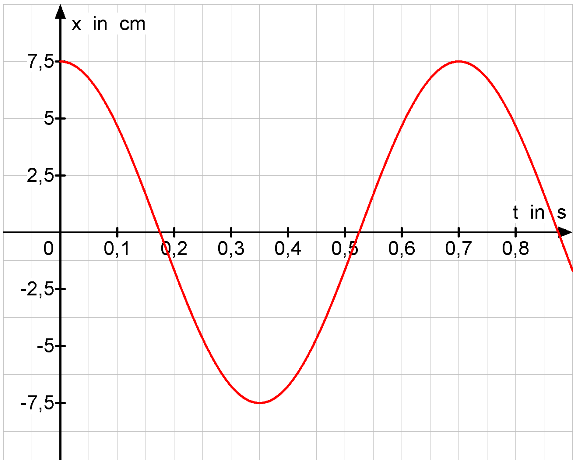
Physik * Jahrgangsstufe 10 * Aufgaben zur harmonischen Schwingung

1. Das $t-x$ – Diagramm zeigt die Schwingung eines Federpendels. Die Federhärte beträgt dabei 8,0 N/m.

   a) Geben Sie die Ortsfunktion $x(t)$ an.

   b) Bestimmen Sie die am Federpendel hängende Masse m .

   c) Welche maximale Geschwindigkeit erreicht diese Masse beim Schwingen?

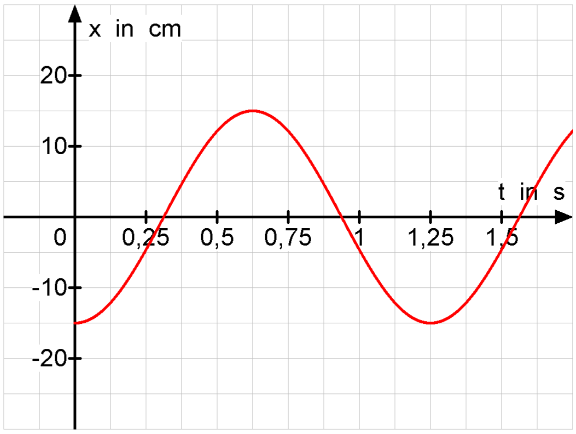


2. Das $t-x$ – Diagramm zeigt die Schwingung eines Fadenpendels.

   a) Welche Aussagen kann man machen über
      die Länge des Pendels,
      die am Pendel hängende Masse?

   b) Um welchen Winkel wurde das Fadenpendel zu Beginn ausgelenkt?

   c) Welche Maximalgeschwindigkeit erreicht der Pendelkörper?

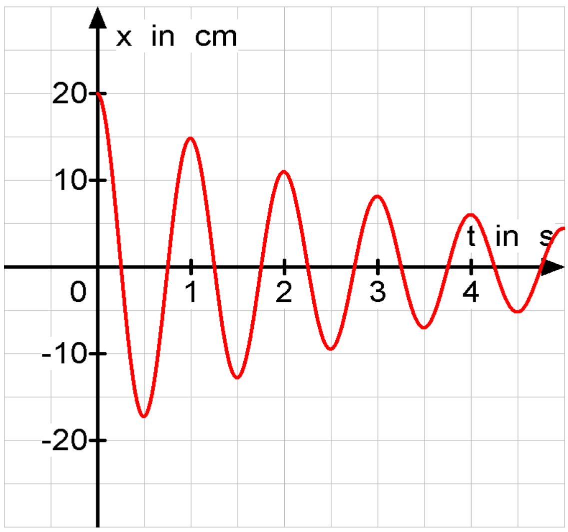


3. Das $t-x$ – Diagramm zeigt die Schwingung eines stark gedämpften Federpendels. Die schwingende Masse beträgt dabei 75 g.

   a) Bestimmen Sie den Wert der Federhärte.

   b) Welcher Prozentsatz der mechanischen Energie geht pro Schwingung durch die Dämpfung verloren?

   c) Nach welcher Zeit etwa beträgt die maximale Auslenkung weniger als 1,0 cm?



Merke: Für eine harmonische Schwingung mit dem Kraftgesetz $F = -k \cdot x$ gilt

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} \quad \text{und} \quad v_{max} = \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot x_{max} \quad \text{und} \quad a_{max} = \frac{k}{m} \cdot x_{max}$$

Für das Fadenpendel gilt damit insbesondere $T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$

Physik * Jahrgangsstufe 10 * Aufgaben zur harmonischen Schwingung * Lösungen

1. a) $x(t) = 7{,}5\text{cm} \cdot \cos\left(\dfrac{2\pi}{0{,}70\text{s}} \cdot t\right)$

b) $T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\dfrac{m}{k}} \Rightarrow m = \dfrac{T^2}{4\pi^2} \cdot D = \dfrac{(0{,}7\text{s})^2 \cdot 8{,}0\,\text{N/m}}{4\pi^2} = 0{,}10\,\text{kg}$

c) $v_{max} = \sqrt{\dfrac{D}{m}} \cdot x_{max} = \sqrt{\dfrac{8{,}0\,\text{N/m}}{0{,}10\,\text{kg}}} \cdot 0{,}075\,\text{m} = 0{,}67\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$

2. Aus dem Diagramm entnimmt man: T = 1,25 s und x_{max} = 0,15 m.

a) $T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\dfrac{\ell}{g}} \Rightarrow \ell = \dfrac{T^2}{4\pi^2} \cdot g = \dfrac{(1{,}25\text{s})^2 \cdot 9{,}81\,\text{m/s}^2}{4\pi^2} = 0{,}39\,\text{m}$

Da die Schwingungsdauer nicht von der Masse abhängt, kann man keine Aussage über

die Masse machen.

b) Die Auslenkung x_{max} entspricht der Bogenlänge b zum Winkel φ beim Kreis mit dem Radius $r = \ell =$ 0,39m.

Also $\dfrac{x_{max}}{2\pi r} = \dfrac{b}{2\pi\ell} = \dfrac{\varphi}{360^o} \Rightarrow \varphi = \dfrac{b}{2\pi\ell} \cdot 360^o = \dfrac{0{,}15\text{m}}{2\pi \cdot 0{,}39\text{m}} \cdot 360^o = 22^o$

c) $v_{max} = \sqrt{\dfrac{k}{m}} \cdot x_{max} = \sqrt{\dfrac{g}{\ell}} \cdot x_{max} = \sqrt{\dfrac{9{,}81\,\text{m/s}^2}{0{,}39\text{m}}} \cdot 0{,}15\,\text{m} = 0{,}75\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$

3. a) $T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\dfrac{m}{D}} \Rightarrow D = \dfrac{4\pi^2}{T^2} \cdot m = \dfrac{4\pi^2 \cdot 0{,}075\,\text{kg}}{(1{,}0\text{s})^2} = 3{,}0\,\dfrac{\text{N}}{\text{m}}$

b) $\dfrac{x_{2,max}}{x_{1,max}} = \dfrac{15\text{cm}}{20\text{cm}} = 0{,}75 \Rightarrow \dfrac{E_{ges,2}}{E_{ges,1}} = \dfrac{0{,}5 \cdot D \cdot \left(x_{2,max}\right)^2}{0{,}5 \cdot D \cdot \left(x_{1,max}\right)^2} = \left(\dfrac{x_{2,max}}{x_{1,max}}\right)^2 = 0{,}75^2 = 0{,}5625 \approx 56\%$

Pro Schwingungsdauer gehen also etwa 44% der mechanischen Energie verloren.

c) $\dfrac{x_{1,max}}{x_{o,max}} = \dfrac{15\text{cm}}{20\text{cm}} = 0{,}75 \Rightarrow$ also $x_{n,max} = 0{,}75^n \cdot x_{o,max} = 0{,}75^n \cdot 20\text{cm}$

$x_{n,max} < 1{,}0\text{cm} \Leftrightarrow 0{,}75^n \cdot 20\text{cm} < 1{,}0\text{cm} \Leftrightarrow 0{,}75^n < \dfrac{1}{20} \Leftrightarrow n \geq 11$ (durch Probieren)

oder durch Lösen der Exponentialungleichung:

$0{,}75^n < \dfrac{1}{20} \Leftrightarrow n \cdot \lg 0{,}75 < \lg\dfrac{1}{20} \Leftrightarrow n > \dfrac{\lg 0{,}05}{\lg 0{,}75} = 10{,}4...$

Nach etwa 11 Schwingungsdauern (d.h. ca. 11s) beträgt die maximale Auslenkung weniger als 1,0cm.