

2. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 10d * 03.03.2011 * Gruppe A

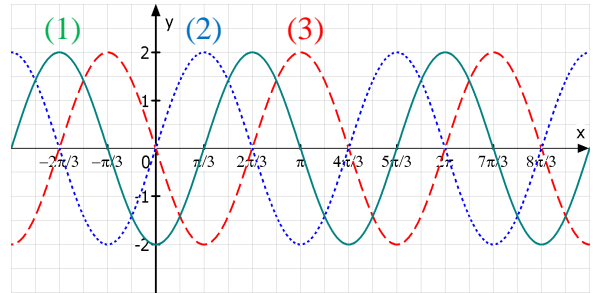
Bei allen Aufgaben ist ein ausführlicher, genauer Rechenweg anzugeben.

1. Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichung mit $x \in [0 ; 2\pi]$.

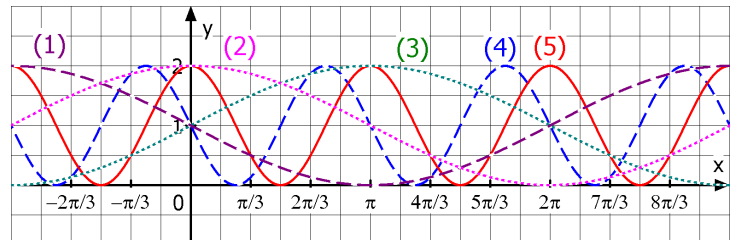
a) $\sin(x) = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$ b) $\cos(x) = \frac{1}{2}$

2. Gegeben ist die Funktion f mit
 $f(x) = 2 \cdot \sin(1,5x - \pi)$ mit $x \in \mathbb{R}$.

- a) Bestimmen Sie alle Nullstellen der Funktion f .
 b) Im Bild sind drei Funktionen dargestellt. Prüfen Sie, ob einer der drei Graphen zur Funktion f gehört!



3. Im Bild sind die Graphen von 5 Funktionen dargestellt. Prüfen Sie, ob die Graphen von $f(x) = 1 - \sin(2x)$, $g(x) = 1 + \cos(2x)$ und $h(x) = 1 + \sin(0,5x)$ abgebildet sind und ordnen Sie gegebenenfalls zu!



4. Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichung.

a) $2^{0,5x} = 8 \cdot \sqrt{2}$ b) $\log_x 5 = 2$
 c) $2^{2x} - 14 \cdot 2^x = 32$

5. Die radioaktive Strahlung eines Präparats soll durch eine Bleischicht der Dicke d geschwächt werden. Pro 1,0 mm Bleischicht nimmt die Intensität der Strahlung um 4,8 % ab.

- a) Geben Sie einen Funktionsterm $I(x)$ an, der die Intensität I der Strahlung nach dem Durchgang durch eine Bleischicht der Dicke x beschreibt. Berechnen Sie nun die Intensität der Strahlung nach dem Durchgang durch eine 1,0cm breite Bleiplatte.
 b) Wie dick müsste eine Bleiplatte sein, um 95% der Strahlung zu absorbieren?

Aufgabe	1a	b	2a	b	3	4a	b	c	5a	b	Summe
Punkte	3	3	4	2	3	3	2	4	4	4	32



Gutes Gelingen! G.R.

2. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 10d * 03.03.2011 * Gruppe B

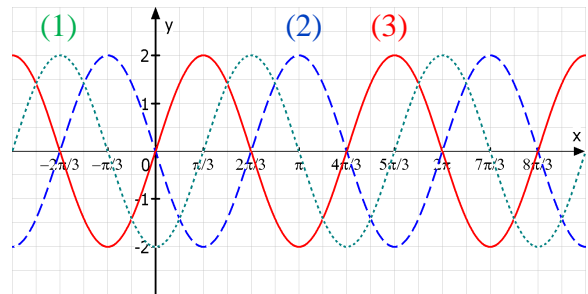
Bei allen Aufgaben ist ein ausführlicher, genauer Rechenweg anzugeben.

1. Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichung mit $x \in [0 ; 2\pi]$.

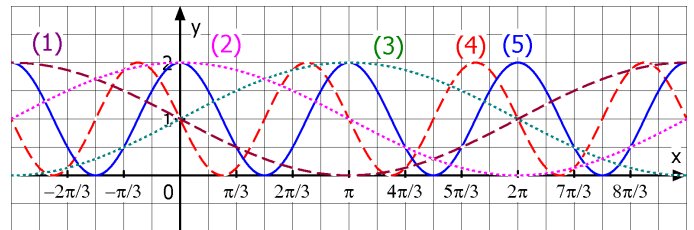
a) $\sin(x) = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ b) $\cos(x) = -\frac{1}{2}$

2. Gegeben ist die Funktion f mit
 $f(x) = 2 \cdot \sin(1,5x + \pi)$ mit $x \in \mathbb{R}$.

- a) Bestimmen Sie alle Nullstellen der Funktion f.
 b) Im Bild sind drei Funktionen dargestellt. Prüfen Sie, ob einer der drei Graphen zur Funktion f gehört!



3. Im Bild sind die Graphen von 5 Funktionen dargestellt. Prüfen Sie, ob die Graphen von
 $f(x) = 1 + \sin(0,5x)$, $g(x) = 1 - \sin(2x)$
 und $h(x) = 1 + \cos(2x)$ abgebildet sind
 und ordnen Sie gegebenenfalls zu!



4. Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichung.

a) $3^{0,5x} = 9 \cdot \sqrt{3}$ b) $\log_x 3 = 2$
 c) $2^{2x} - 31 \cdot 2^x = 32$

5. Die radioaktive Strahlung eines Präparats soll durch eine Aluschicht der Dicke d geschwächt werden. Pro 1,0 mm Aluschicht nimmt die Intensität der Strahlung um 1,2 % ab.

- a) Geben Sie einen Funktionsterm $I(x)$ an, der die Intensität I der Strahlung nach dem Durchgang durch eine Aluschicht der Dicke x beschreibt. Berechnen Sie nun die Intensität der Strahlung nach dem Durchgang durch eine 1,0cm breite Aluplatte.
 b) Wie dick müsste eine Aluplatte sein, um 95% der Strahlung zu absorbieren?

Aufgabe	1a	b	2a	b	3	4a	b	c	5a	b	Summe
Punkte	3	3	4	2	3	3	2	4	4	4	32



Gutes Gelingen! G.R.

2. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 10d * 03.03.2011 * Lösung * Gruppe A

1. a) $\sin(\varphi) = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$, $\varphi_1 = 360^\circ - 60^\circ = 300^\circ$ und $\varphi_2 = 180^\circ + 60^\circ = 240^\circ$ also

$$\sin(x) = \frac{1}{2}\sqrt{3} \Leftrightarrow x_1 = 2\pi - \frac{1}{3}\pi = \frac{5}{3}\pi ; x_2 = \pi + \frac{1}{3}\pi = \frac{4}{3}\pi$$

b) $\cos(\varphi) = \frac{1}{2}$, $\varphi_1 = 60^\circ$, $\varphi_2 = 360^\circ - 60^\circ = 300^\circ$ also

$$\cos(x) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x_1 = \frac{1}{3}\pi ; x_2 = 2\pi - \frac{1}{3}\pi = \frac{5}{3}\pi .$$

2. a) $f(x) = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot \sin(1,5x - \pi) = 0 \Leftrightarrow 1,5x - \pi = k \cdot \pi$ mit $k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow$

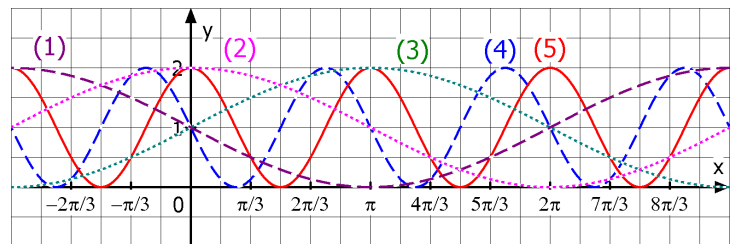
$$1,5x = k \cdot \pi + \pi \Leftrightarrow x_k = \frac{(k+1) \cdot \pi}{1,5} \Leftrightarrow x_k = \frac{2 \cdot (k+1) \cdot \pi}{3} \text{ mit } k \in \mathbb{Z}$$

$$(\dots, x_{-2} = -\frac{2}{3}\pi, x_{-1} = 0, x_0 = \frac{2}{3}\pi, x_1 = \frac{4}{3}\pi, \dots)$$

b) Von den Nullstellen her können der blaue (2) und der rote (3) Graph passen.

$$f\left(\frac{1}{3}\pi\right) = 2 \cdot \sin\left(1,5 \cdot \frac{1}{3}\pi - \pi\right) = 2 \cdot \sin\left(-\frac{1}{2}\pi\right) = -2$$
 , also passt der rote Graph (3).

3. Im Bild sind die Graphen von 5 Funktionen dargestellt. Prüfen Sie, ob die Graphen von $f(x) = 1 - \sin(2x)$, $g(x) = 1 + \cos(2x)$ und $h(x) = 1 + \sin(0,5x)$ abgebildet sind und ordnen Sie gegebenenfalls zu!



f und g haben die Periodenlänge π , h dagegen hat die Periodenlänge 4π .

Der blaue Graph (4) gehört zur Funktion f , der rote Graph (5) gehört zur Funktion g und der grüne Graph (3) gehört zur Funktion h.

4 a) $2^{0,5x} = 8 \cdot \sqrt{2} \Leftrightarrow 2^{0,5x} = 2^{3,5} \Leftrightarrow 0,5x = 3,5 \Leftrightarrow x = 7$

b) $\log_x 5 = 2 \Leftrightarrow x^2 = 5 \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm \sqrt{5}$

c) $2^{2x} - 14 \cdot 2^x = 32$ Substitution $u = 2^x$ also $u^2 - 14u - 32 = 0 \Leftrightarrow$
 $(u-16) \cdot (u+2) = 0 \Leftrightarrow u_1 = 16$, $(u_2 = -2)$ also $2^x = 16 \Leftrightarrow x = 4$

5. a) $I(x) = I_0 \cdot (1 - 0,048)^{\frac{x}{1,0\text{mm}}}$ also $I(x) = I_0 \cdot 0,952^{\frac{x}{1,0\text{mm}}}$

$$I(1,0\text{cm}) = I_0 \cdot 0,952^{\frac{10\text{mm}}{1,0\text{mm}}} = I_0 \cdot 0,952^{10} = I_0 \cdot 0,611\dots \approx 61\% \text{ von } I_0 .$$

b) $I(x_1) = 0,05 \cdot I_0 \Leftrightarrow 0,05 \cdot I_0 = I_0 \cdot 0,952^{\frac{x_1}{1,0\text{mm}}} \Leftrightarrow 0,05 = 0,952^{\frac{x_1}{1,0\text{mm}}} \Leftrightarrow$

$$\frac{x_1}{1,0\text{mm}} = \log_{0,952} 0,05 \Leftrightarrow x_1 = 1,0\text{mm} \cdot \frac{\lg 0,05}{\lg 0,952} = 60,90\dots\text{mm} \approx 6,1\text{cm}$$

2. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 10d * 03.03.2011 * Lösung * Gruppe B

1. a) $\sin(\varphi) = \frac{1}{2}\sqrt{3}$, $\varphi_1 = 60^\circ$ und $\varphi_2 = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ also

$$\sin(x) = \frac{1}{2}\sqrt{3} \Leftrightarrow x_1 = \frac{1}{3}\pi ; x_2 = \pi - \frac{1}{3}\pi = \frac{2}{3}\pi$$

b) $\cos(\varphi) = -\frac{1}{2}$, $\varphi_1 = 120^\circ (= 180^\circ - 60^\circ)$, $\varphi_2 = 180^\circ + 60^\circ = 240^\circ$ also

$$\cos(x) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x_1 = \frac{2}{3}\pi ; x_2 = \pi + \frac{1}{3}\pi = \frac{4}{3}\pi .$$

2. a) $f(x) = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot \sin(1,5x + \pi) = 0 \Leftrightarrow 1,5x + \pi = k \cdot \pi$ mit $k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow$

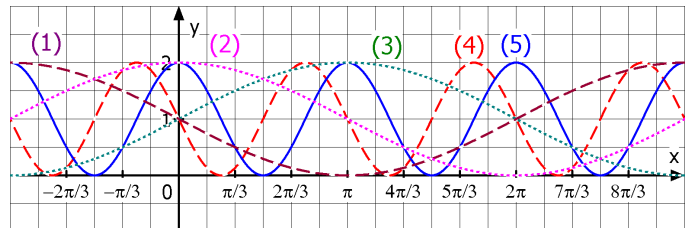
$$1,5x = k \cdot \pi - \pi \Leftrightarrow x_k = \frac{(k-1) \cdot \pi}{1,5} \Leftrightarrow x_k = \frac{2 \cdot (k-1) \cdot \pi}{3} \text{ mit } k \in \mathbb{Z}$$

$$(\dots, x_0 = -\frac{2}{3}\pi, x_1 = 0, x_2 = \frac{2}{3}\pi, x_3 = \frac{4}{3}\pi, \dots)$$

b) Von den Nullstellen her können der blaue (2) und der rote (3) Graph passen.

$$f\left(\frac{1}{3}\pi\right) = 2 \cdot \sin\left(1,5 \cdot \frac{1}{3}\pi + \pi\right) = 2 \cdot \sin\left(\frac{3}{2}\pi\right) = -2$$
 , also passt der blaue Graph (2).

3. Im Bild sind die Graphen von 5 Funktionen dargestellt. Prüfen Sie, ob die Graphen von $f(x) = 1 + \sin(0,5x)$, $g(x) = 1 - \sin(2x)$ und $h(x) = 1 + \cos(2x)$ abgebildet sind und ordnen Sie gegebenenfalls zu!



g und h haben die Periodenlänge π , f dagegen hat die Periodenlänge 4π .

Der grüne Graph (3) gehört zur Funktion f , der rote Graph (4) gehört zur Funktion g und der blaue Graph (5) gehört zur Funktion h.

4. a) $3^{0,5x} = 9 \cdot \sqrt{3} \Leftrightarrow 3^{0,5x} = 3^{2,5} \Leftrightarrow 0,5x = 2,5 \Leftrightarrow x = 5$

b) $\log_x 3 = 2 \Leftrightarrow x^2 = 3 \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm \sqrt{3}$

c) $2^{2x} - 31 \cdot 2^x = 32$ Substitution $u = 2^x$ also $u^2 - 31u - 32 = 0 \Leftrightarrow$
 $(u - 32) \cdot (u + 1) = 0 \Leftrightarrow u_1 = 32$, $(u_2 = -1)$ also $2^x = 32 \Leftrightarrow x = 5$

5. a) $I(x) = I_0 \cdot (1 - 0,012)^{\frac{x}{1,0\text{mm}}}$ also $I(x) = I_0 \cdot 0,988^{\frac{x}{1,0\text{mm}}}$

$$I(1,0\text{cm}) = I_0 \cdot 0,988^{\frac{10\text{mm}}{1,0\text{mm}}} = I_0 \cdot 0,952^{10} = I_0 \cdot 0,886\dots \approx 89\% \text{ von } I_0 .$$

b) $I(x_1) = 0,05 \cdot I_0 \Leftrightarrow 0,05 \cdot I_0 = I_0 \cdot 0,988^{\frac{x_1}{1,0\text{mm}}} \Leftrightarrow 0,05 = 0,988^{\frac{x_1}{1,0\text{mm}}} \Leftrightarrow$

$$\frac{x_1}{1,0\text{mm}} = \log_{0,988} 0,05 \Leftrightarrow x_1 = 1,0\text{mm} \cdot \frac{\lg 0,05}{\lg 0,988} = 248,1\dots \text{mm} \approx 0,25 \text{ m}$$