

Q12 * Mathematik * Alternativtest

Eine Urne enthält 20% oder aber 40% weiße Kugeln. Mit einem Test soll entschieden werden, welcher der beiden Fälle vorliegt.

Nullhypothese: $H_0: p = 0,20$ (für weiße Kugeln)

Alternativhypothese $H_1: p = 0,40$ (für weiße Kugeln)

Man entwirft den folgenden Test:

Test 1:

Es wird 10-mal eine Kugel (mit Zurücklegen) gezogen.

Zieht man höchstens 3-mal eine weiße Kugel,

so entscheidet man sich für die Nullhypothese H_0 .

Man sagt: Der Annahmebereich A für H_0 lautet $A = \{0, 1, 2, 3\}$

Der Ablehnungsbereich \bar{A} für H_0 lautet

$\bar{A} = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

Zwei Fehler sind bei dieser Entscheidungsregel möglich:

Fehler 1. Art:

Die Nullhypothese wird fälschlicherweise abgelehnt.

Die Wahrscheinlichkeit dafür beträgt α . (Bestimmen Sie α mit Hilfe der Stochastik-Tabellen!)

Fehler 2. Art:

Die Nullhypothese wird fälschlicherweise angenommen. Die Wahrscheinlichkeit dafür beträgt β .

(Bestimmen Sie β mit Hilfe der Stochastik-Tabellen!)

Test 2:

Es wird 10-mal eine Kugel (mit Zurücklegen) gezogen.

Die Entscheidungsregel wird nun abgewandelt:

Zieht man höchstens 2-mal eine weiße Kugel,

so entscheidet man sich für die Nullhypothese H_0 .

D.h.: $A = \{0, 1, 2\}$ und $\bar{A} = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

Für die Fehler erster und zweiter Art ergeben sich nun andere Werte. Bestimmen Sie α und β !

Man sieht: Will man den Fehler 2. Art verkleinern,

so erhöht man automatisch den Fehler 1. Art und umgekehrt.

Um beide Fehler zu verkleinern, gibt es nur eine Möglichkeit:

Man muss die Anzahl n der Versuche vergrößern.

Test 3:

Es wird 50-mal eine Kugel (mit Zurücklegen) gezogen.

Als Annahmebereich A für H_0 wählt man z.B. $A = \{0, 1, 2, 14\}$,

der Ablehnungsbereich \bar{A} für H_0 lautet dann $\bar{A} = \{15, 16, \dots, 50\}$.

Bestimmen Sie für den Test 3 die Fehler 1. und 2. Art.

Wie groß sind der Fehler 1. und 2. Art, wenn man die Entscheidungsregel anders festlegt?

