# *** Weihnachtsaufgaben für den Mathekurs Q12 ***

1. Die Zahl $z = 8^{88} - 1 \in \mathbb{N}$ soll untersucht werden.
   [Hinweis: $x^n - 1 = (x-1)\cdot(x^{n-1} + x^{n-2} + x^{n-3} + \ldots + 1)$]

   a) Wie viele Stellen hat diese Zahl?
      Wie lauten die ersten 12 Ziffern dieser Zahl?

   b) Zeigen Sie dass die Zahl ein Vielfaches von 7 ist.
      (Man sagt 7 teilt $z$ und schreibt dafür $7 \mid z$ .)

   c) Zeigen Sie, dass $z$ auch noch die folgenden Teiler hat:
      $9 \mid z$ und $5 \mid z$ und $13 \mid z$ und $7 \mid z$ und $17 \mid z$ und $241 \mid z$

   d) Wie lautet die letzte Ziffer von $z$ ?

2. Die neue Jahreszahl 2011
   Bestimmen Sie die natürliche Zahl $n$ so, dass gilt

   a) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^n - 1}{x - 1} = 2011$

   b) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^n - 1}{x^4 - 1} = 2011$

3. Die neue Jahreszahl 2011
   Versuchen Sie, die neue Jahreszahl 2011 mit einem Term darzustellen, der nur eine Ziffer enthält.
   Beispiele:

$$2011 = 2\cdot 2^2 \cdot 2^{2^2} \cdot (2^2)^{2^2} - 2^2 \cdot (2\cdot 2^2 + \frac{2}{2}) - \frac{2}{2}$$

$$2011 = 3\cdot 3^3 (\frac{3}{3} + 3)\cdot 3! + 33\cdot \frac{3!}{3} + \frac{3}{3}$$

$$2011 = \sqrt{4}\cdot(4\cdot 4^4 - 4^{\sqrt{4}}) - (4 + \frac{4}{4})$$

$$2011 = \frac{9}{9} + \sqrt{9}\cdot 9^{\sqrt{9}} - 9\cdot\sqrt{9}\cdot\sqrt{9}! - \sqrt{9}! - 9$$

Prüfen Sie, ob die angegebenen Terme richtig sind und konstruieren Sie eigene!

Frohe Weihnachten!