

GK m2 K12 * Rechnungen mit Logarithmen

Definition von Logarithmen: $\log_b(x) = e \Leftrightarrow b^e = x$ (Hierbei gilt: $x > 0$ und $b > 0$)

Es gelten die folgenden Gesetze: $\log_b(xy) = \log_b(x) + \log_b(y)$

$$\log_b(x : y) = \log_b(x) - \log_b(y)$$

$$\log_b(x^y) = y \log_b(x)$$

$$\log_c(x) = \frac{\log_b(x)}{\log_b(c)}$$

Exponentialgleichungen kann man oft sehr einfach durch "Logarithmieren" lösen:

$$5^{4x-3} = 2 \Leftrightarrow \lg(5^{4x-3}) = \lg 2 \Leftrightarrow (4x-3) \cdot \lg 5 = \lg 2 \Leftrightarrow 4x = \frac{\lg 2}{\lg 5} + 3 \Leftrightarrow$$

$$x = \frac{\lg 2}{4 \cdot \lg 5} - \frac{3}{4} = -0,64233086... \approx -0,642$$

Aufgaben:

1. Es gilt $\log_2(32) = 5$, denn $2^5 = 32$. Bestimmen Sie ebenso ohne Taschenrechner:

a) $\log_2(0,25) =$

b) $\log_4(2) =$

c) $\log_8(0,5) =$

d) $\log_{10}(10000) =$

e) $\log_{10}(0,001) =$

f) $\log_{0,01}(100) =$

2. Lösen Sie die folgenden Gleichungen! (Prüfen Sie, ob die berechnete Lösung erlaubt ist!)

a) $\lg(3x+1) = 1$

b) $\log_4(2x-1) = 3$

c) $\lg(x^2+36) = 2$

d) $2 \lg(x) = \lg(x+6)$

e) $\log_2(x^2-9) = 4$

f) $\log_3(x^2-4) - \log_3(x+2) = 1$

g) $\log_3(x+7) - \log_3(x-1) = 2$

h) $\log_3(x-1) - \log_3(x+7) = 2$

i) $\log_5(4x-5) = \log_5(x^2-2)$

j) $\lg(x+3) + \lg(x-1) = \lg(x) + 1$

3. Lösen Sie die folgenden Gleichungen! Runden Sie Endergebnisse auf Tausendstel genau!

a) $2^x = 20$

b) $3,5^x = 8,5$

c) $0,45^x = 5$

d) $20^x = 2$

e) $7^x = 0,7$

f) $3^x = 7^{-1}$

g) $10^{-x} = 0,8$

h) $10^{-x+1} = 2,5$

i) $10^{-2x} = 0,75$

j) $2^{3x} = 3^{2x}$

k) $4 \cdot 2^{x-3} = 3^{5-x}$

l) $2 + 3^{4x+5} = 6^2$

m) $2^{2x} + 16 = 10 \cdot 2^x$ (Substitution!)

n) $2^{2x} - 32 = 4 \cdot 2^x$

o) $2 \cdot 3^{2x} - 117 = 5 \cdot 3^x$

p) $3 \cdot 2^{2x-1} + 5 \cdot 2^{x+3} = 86$

4. Vereinfachen Sie mit Hilfe der angegebenen Gesetze folgende Terme:

a) $\lg u^2 - \lg u =$

b) $2 \cdot \lg \frac{1}{x} + \lg x^2$

c) $(\lg(x^2)) : \lg(x) =$

d) $\lg(ab) - \lg(a^2 b) =$

e) $\lg(2u) - 2 \lg(u) + \lg(u^2) + \lg\left(\frac{1}{u}\right) =$

Lösungen:

1.

a) -2 b) 0,5 c) $-\frac{1}{3}$ d) 4 e) -3 f) -1

2.

a) $x = 3$ b) $x = 32,5$ c) $x_{1/2} = \pm 8$ d) $x = 3$ e) $x_{1/2} = \pm 5$ f) $x = 5$
g) $x = 2$ h) $L = \{ \}$ i) $x = 3$ j) $x = 4 + \sqrt{19}$

3.

a) 4,322 b) 1,708 c) -2,016 d) 0,231 e) -0,183 f) -1,771
g) 0,097 h) 0,602 i) 0,062 j) $x = 0$ k) 3,453 l) -0,448
m) $x_1 = 1 ; x_2 = 3$ n) $x = 3$ o) $x = 2$ p) $x = 1$

4.

a) $\lg(u)$ b) 0 c) 2 d) $-\lg(a)$ e) $\lg(2)$