GK m2 * K13 * Zwei Aufgaben zur linearen Unabhängigkeit von Vektoren

1. Im R^3 sind zwei Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ gegeben.

   a) Begründen Sie, dass $\vec{a}$ und $\vec{b}$ linear unabhängig sind.

   b) Finden Sie einen (möglichst einfachen) Vektor $\vec{c}$ so, dass $\vec{a}, \vec{b}$ und $\vec{c}$ linear unabhängig sind und begründen Sie die lineare Unabhängigkeit!

   c) Stellen Sie den Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ als Linearkombination der Vektoren $\vec{a}, \vec{b}$ und $\vec{c}$ dar.

2. Das Bild zeigt eine Pyramide ABCDS mit dem Parallelogramm ABCD als Grundfläche. E, F und G sind die Seitenmitten der Kanten [SC], [SD] und [BC]. M ist der Schwerpunkt des Dreiecks BCS.

   Zeigen Sie, dass sich die Geraden GF und DM in einem Punkt T schneiden.

   Bestimmen Sie das Streckenverhältnis, in dem S die Strecken [FG] und [DM] teilt.