# Übungsblatt zur Hesseform der Ebenengleichung

1. Gegeben: $E: \; 3x_1 - 2x_2 + x_3 - 19 = 0$ $\quad A\,(3/3/-5)$

   gesucht: Gerade g durch den Punkt A , die auf der Ebene E senkrecht steht.

2. Geben Sie die Hesseform der Ebene E an.

   $$E: \; \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

   Gibt es einen Punkt S ( 1 / 1 / ? ), der von E den Abstand 8 hat?

3. Geben Sie jeweils die Hesseform der folgenden Ebenen an:

   a ) $7x_1 - 2x_2 + 26x_3 + 54 = 0$ $\qquad$ b ) $3x_1 - 4x_2 + 25 = 0$

   c ) $x_2 = 0$ $\qquad$ d ) $x_1 + x_2 = 2$

4. Geben Sie die Hesseform der Ebene E an, auf der die Punkte A ( 1 / 1 / 5 ), B ( 9 / 1 / 1 ) und C ( 11 / 4 / -1 ) liegen.

5. Gegeben: O ( 0 / 0 / 0 ), A ( 1 / -2 / 2 ), B ( 1 / 2 / 2 ) und die Ebene E

   $$E: \; \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

   gesucht: Die Abstände der Punkte O, A und B von der Ebene E.

6. Gegeben: $E: \; 15x_1 + 12x_2 - 16x_3 - 15 = 0$ ; $\quad F: \; -9x_1 + 12x_2 - 20x_3 - 35 = 0$

   gesucht: Punkt P auf der $x_3$-Achse, der von E und F gleich weit entfernt ist.

7. Gegeben: $E: \; 4x_1 - 7x_2 + 4x_3 - 18 = 0$

   gesucht: Die beiden zu E parallelen Ebenen im Abstand 5.

8. Berechnen Sie jeweils die winkelhalbierenden Ebenen zu E und F.

   a ) $E: \; x_1 + 3 = 0$ $\qquad F: \; x_1 + x_3 = 0$

   b ) $E: \; 20x_1 - 5x_2 + 4x_3 - 42 = 0$ $\qquad F: \; 11x_1 + 2x_2 - 10x_3 - 35 = 0$

9. Berechnen Sie den Abstand der beiden parallelen Geraden g und h.

   $$g: \; \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad ; \qquad h: \; \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -0,5 \end{pmatrix}$$

10. Berechnen Sie den Abstand des Punktes A ( 2 / 5 / 1 ) von der Geraden g.

    $$g: \; \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

11. Berechnen Sie den Abstand der beiden windschiefen Geraden g und h.

    $$g: \; \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad ; \qquad h: \; \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

G.R.