LK M * Wiederholungsaufgaben **Übungsblatt 1**

1. Ableitungsregeln

Geben Sie den Differenzierbarkeitsbereich von f an und berechnen Sie f '.
Vergessen Sie hierbei nicht, f ' so weit wie möglich zu vereinfachen.

a) $f(x) = \sqrt[4]{x^3}$

b) $f(x) = (x^2 + 1) \cdot (2x - 1)$

c) $f(x) = (2\sqrt{x} + 1) \cdot \sin(x)$

d) $f(x) = x \cdot \sin(x) \cdot \cos(x)$

e) $f(x) = \tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$

f) $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 2}$

g) $f(x) = \sqrt[3]{4x^5 + 1}$

h) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x^2 + 2}}$

i) $f(x) = \frac{(x^2 - x) \cdot (x+1)}{\sqrt{x^2 + x}}$

2. Grenzwerte

Berechnen Sie - falls vorhanden - folgende Grenzwerte!
Geben Sie gegebenenfalls den links- und rechtsseitigen Grenzwert an!

a) $\lim\limits_{x \to 1} \frac{|x-1|}{x^2-1}$

b) $\lim\limits_{x \to 3} \frac{\operatorname{sgn}(3-x)}{|x-3|}$

c) $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{4x^2-9}{9-x^2}$

d) $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{2x^2-18}{(x+2)^2}$

e) $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{5x^2 - 2}{2x+3}$

f) $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{2x-3}{8+x^2}$

g) $\lim\limits_{x \to 2} \frac{x^2-x-2}{x^3-3x-2}$

h) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{x^2-9x}{x^2+3x}$

i) $\lim\limits_{x \to 1} \frac{2x^5-2x}{x^3-2x^2+x}$

k) $\lim\limits_{x \to -2} \frac{x^3+2x^2-4x-8}{2x^2+8x+8}$

m) $\lim\limits_{x \to -2} \frac{x^2-x-6}{x^4-3x^2-4}$

n) $\lim\limits_{x \to 2} \frac{x^4-16}{x^2-2}$

3. Kurvendiskussion

a) Bestimmen Sie den Wertebereich der Funktion f mit $f(x) = \frac{3x^2 + 4x}{1 + x^2}$.

b) Die Tangenten an die Parabel G_f mit $f(x) = 2 - x^2$ und $D_f = [\, 0 \,;\, \sqrt{2}\,]$ begrenzen mit der positiven x- und y-Achse Dreiecksflächen.
Bestimmen Sie den minimalen Flächeninhalt unter diesen Dreiecksflächen!

G.R.

Lösungen:

a) $D_{f'} = \mathbb{R}^+$ $f'(x) = \frac{3}{4\cdot \sqrt[4]{x}}$

b) $D_{f'} = \mathbb{R}$ $f'(x) = 6x^2 - 2x + 2$

c) $D_{f'} = \mathbb{R}^+$ $f'(x) = \frac{\sin(x)}{\sqrt{x}} + (2\sqrt{x} + 1)\cdot\cos(x)$

d) $D_{f'} = \mathbb{R}$ $f'(x) = \sin(x)\cos(x) + x(\cos(x))^2 - x(\sin(x))^2$

e) $D_{f'} = \mathbb{R} \setminus \left\{(2z+1)\frac{\pi}{2} \;/\; z \in \mathbb{Z}\right\}$; $f'(x) = 1 + (\tan(x))^2 = \frac{1}{(\cos(x))^2}$

f) $D_{f'} = \mathbb{R}$ $f'(x) = \frac{4-2x^2}{(x^2+2)^2}$

g) $D_{f'} = [-\sqrt[5]{\frac{1}{4}} \;;\; \infty[$; $f'(x) = \frac{20x^4}{3\cdot\sqrt[3]{(4x^5+1)^2}}$

h) $D_{f'} = \mathbb{R}$ $f'(x) = \frac{-3x}{(3x^2+2)^{\frac{3}{2}}}$

i) $D_{f'} = \mathbb{R} \setminus [-1 ; 0]$; $f'(x) = \frac{4x^4+5x^3-x}{2(x^2+x)^{\frac{3}{2}}} = \frac{4x^2+x-1}{2\sqrt{x^2+x}}$

2.

a) $\pm\frac{1}{2}$ b) $\mp\infty$ c) -4 d) 2 e) $-\infty$ f) 0

g) $\frac{1}{3}$ h) -3 i) $\pm\infty$ k) -2 m) $\frac{1}{4}$ n) 0

3.

a) $W_f = [-1\,;\,4]$ denn $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = 3$ und $TIP(-0{,}5 / -1)$ und $HOP(2/4)$

b) Berührpunkt $P(\frac{2}{3}\sqrt{3} \;/\; \frac{2}{3})$; $F_{minimal} = \frac{25}{18}\sqrt{3}$