

LK Mathematik * K13 * Abiturvorbereitung Stochastik
Aufgaben zu Warteschlangen

An einem Postamt werden pro Stunde durchschnittlich 80 Personen bedient. Pro Kunde rechnet man durchschnittlich mit einem Zeitaufwand von 6 Minuten.

- Mit welcher Wahrscheinlichkeit befinden sich im Postamt genau 10 Kunden?
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit befinden sich im Postamt höchstens 10 Kunden?
(Näherung mit Poisson möglich!)
- Wie viele Schalter müssen geöffnet sein, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 95 % keine Kunde warten muss?
Welche Mindestzahl an Schaltern sollte geöffnet sein? Warum?

Abi 95 / III / 2

2. Ein Kassierer benötigt als Abfertigungszeit für einen Besucher, der das Eintrittsgeld passend hat, 15 Sekunden, sonst 25 Sekunden.
Erfahrungsgemäß haben 40% der Messebesucher ihr Eintrittsgeld passend.
Besucher B stellt sich an einer Kasse an, vor der schon 8 Personen anstehen.

- Welche Abfertigungszeit erwartet man für diese acht Personen?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass B nach spätestens 3 Minuten abgefertigt ist, wenn er sein Geld abgezahlt bereithält?

Abi 87 / III /

1. Auf dem Weg zur Arbeitsstätte hat ein Autofahrer 2 Verkehrsampeln und dann einen Bahnübergang zu passieren. Unabhängig voneinander hat er an den Ampeln mit je 30 % am Bahnübergang mit 90 % Wahrscheinlichkeit freie Fahrt. An jeder Ampel muß er mit 40 % Wahrscheinlichkeit nur 1 Minute, mit 30 % Wahrscheinlichkeit 2 Minuten warten; am Bahnübergang hat er mit 10 % Wahrscheinlichkeit eine Wartezeit von 3 Minuten.

- Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Zufallsgrößen $X_i =$ Wartezeit an der Ampel i ($i = 1, 2$) und $Y =$ Wartezeit am Bahnübergang, und berechnen Sie damit Erwartungswert und Varianz der Zufallsgröße $Z =$ Gesamtwartezeit. (8 BE)
- Mit welcher (bedingten) Wahrscheinlichkeit ist die Wartezeit an Ampeln und Bahnübergang zusammen mindestens 5 Minuten, wenn der Autofahrer an der ersten Ampel 2 Minuten warten muss? (5 BE)

2. Auf dem Weg von der Wohnung zu seiner Arbeitsstätte hat ein anderer Autofahrer insgesamt 15 Ampeln zu passieren, die unabhängig voneinander geschaltet sind. Erfahrungsgemäß kann er jede Ampel mit 30 % Wahrscheinlichkeit ohne Wartezeit passieren. Ansonsten muss er mit einer mittleren Wartezeit von 1 Minute pro Ampel rechnen.

- Mit welcher Wahrscheinlichkeit zeigt frühestens die 6. Ampel Rot? (3 BE)
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit erreicht er auf einer Fahrt mehr als die Hälfte der Ampeln bei Grün und kann diese also ohne Verzögerung passieren? (3 BE)
- Im Jahr fährt er 230mal von der Wohnung zur Arbeitsstätte. Bestimmen Sie mit Hilfe der Tschebyschow-Ungleichung ein möglichst kleines Intervall symmetrisch zum Erwartungswert, in dem die gesamte Wartezeit G vor den Ampeln pro Jahr bei seinen Fahrten zur Arbeitsstätte mit mindestens 90 % Sicherheit liegt. (6 BE)