

## Vorbereitung zum Abitur im LK Mathematik \* Stochastik

Beim Abitur sind so gut wie immer Aufgabenteile aus folgenden Gebieten enthalten: Kombinatorik, Bernoulli-Ketten, Test von Hypothesen, Normalverteilung  
Häufig werden auch bedingte Wahrscheinlichkeiten und die Tschebyschow-Ungleichung gefragt.

### Zu folgenden Themen sollte man fundierte Kenntnisse haben

1. Zufallsexperimente, Ergebnisse und Ereignisse
2. Ereignisalgebra, unvereinbare Ereignisse
3. Mehrfeldertafel
4. Laplace-Wahrscheinlichkeiten, relative Häufigkeiten
5. Axiome von Kolmogorow
6.  $k$ -Tupel,  $k$ -Teilmengen,  $k$ -Permutationen einer  $n$ -Menge
7. Urnenmodell
8. Baumdiagramme, Pfadregeln
9. stochastisch unabhängige Ereignisse, Produktregel
10. bedingte Wahrscheinlichkeiten, Formel von Bayes
11. Zufallsgrößen
12. Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung
13. Gewinnerwartung, faires Spiel
14. Bernoulli-Kette, Binomialverteilung,  $B(n,p,k)$
15. Normalverteilung
16. Tschebyschow-Ungleichung
17. Alternativtest, Signifikanztest
18. Fehler erster und zweiter Art



## Neun relativ einfache Aufgaben zur Kombinatorik



1. Aus den Buchstaben STUTTGART werden dreimal hintereinander je ein Buchstabe  
a) mit, b) ohne Zurücklegen ausgewählt.  
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für folgende Ereignisse:  
A = "In der Reihenfolge der Ziehung entsteht das Wort RAT";  
B = "Aus den gezogenen Buchstaben lässt sich das Wort RAT bilden."
2. Bestimmen Sie die Anzahl aller genau dreistelligen Zahlen, deren Ziffern alle voneinander verschieden sind.
3. Jemand hat die Nummer seines fünfstelligen Zahlenschlosses vergessen. Er erinnert sich jedoch daran, dass alle Ziffern größer als 4 und dass genau zwei der Ziffern gleich 9 sind. Wie viele Zahlen solcher Art gibt es?
4. Aus zehn Lehrern, acht Lehrerinnen und 20 Schülern sollen ein Lehrer, eine Lehrerin und zwei Schüler für einen Ausschuss gewählt werden. Auf wie viel verschiedene Arten ist das möglich, falls  
a) jeder delegiert werden kann;  
b) eine bestimmte Lehrerin delegiert werden muss;  
c) zwei Lehrer und fünf Schüler nicht delegiert werden können?
5. Eine Packung mit Tulpenzwiebeln enthält 5 rote, 3 weiße und 2 rosarote. Die 10 Zwiebeln werden in einer Reihe zufällig ausgepflanzt.  
a) Wie viele verschiedene Aussaatmöglichkeiten gibt es?  
b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind die Tulpen mit der gleichen Farbe jeweils nebeneinander?
6. Unter 25 Schülern sollen vier Theaterkarten zufällig ausgelost werden. Jeder Schüler erhalte höchstens eine Karte. Wie viel Auswahlmöglichkeiten gibt es, falls die Plätze  
a) nummeriert, b) unnummeriert sind?
7. An einem Spiel nehmen 10 Personen teil. Bei jedem Durchgang wird eine Person ausgelost, die ausscheiden muss. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für folgende Ereignisse:  
a) das Ehepaar Müller bleibt vor der letzten Auslosung im Spiel,  
b) Herr Müller bleibt als letzter übrig.
8. Vor einer Prüfung erhält ein Prüfling einen Katalog mit 20 verschiedenen Fragen, von denen in der Prüfung drei zu beantworten sind. Der Prüfling wählt zehn Fragen zufällig aus und bereitet sich nur auf diese vor. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat er sich auf genau  $k$  der in der Prüfung gestellten Fragen vorbereitet für  $k = 0, 1, 2, 3$  ?
9. Die Geburtstage zufällig ausgewählter Personen seien gleichmäßig auf die 12 Monate verteilt. Zehn Personen werden zufällig ausgewählt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit haben  
a) genau drei im Januar  
b) alle 10 Personen in verschiedenen Monaten Geburtstag?

### Vier typische Aufgaben zur Normalverteilung bzw. Tschebyschow:

1. Die Füllmenge von Flaschen (in ml) sei normalverteilt; der Erwartungswert hängt von der Einstellung der Maschine ab, die Standardabweichung beträgt 3 (ml) und sei unabhängig von dieser Einstellung.  
Auf der Flasche steht "Mindestinhalt 980 ml".  
Auf welchen Erwartungswert muss man die Maschine einstellen, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 95 % die Aufschrift auf der Flasche zutrifft?  
Verwenden Sie die Normalverteilung!
2. Ein großes Hotel hat 300 Zimmer. Aus Erfahrung sei bekannt, dass im Mittel 5 % der vorbestellten Zimmer nicht belegt werden. Aus diesem Grund werden mehr als 300 Zimmerbestellungen entgegengenommen.  
Wie viel Bestellungen dürfen höchstens angenommen werden, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 95% keine Überbelegung stattfindet?  
Verwenden Sie zur Näherung die Normalverteilung.
3. Auf dem Weg zur Arbeit muss Herr Müller im Durchschnitt 2,8 Minuten an der Straßenbahnhaltestelle warten, während die mittlere Wartezeit bei der Rückfahrt abends 2,5 Minuten beträgt. Die Standardabweichungen der Wartezeiten seien vormittags 0,6 Minuten und abends 0,5 Minuten.  
Mit welcher Wahrscheinlichkeit liegt die gesamte Wartezeit während eines Jahres mit 240 Arbeitstagen zwischen 21 und 22 Stunden.  
(Verwenden Sie den zentralen Grenzwertsatz.)
4. Die Heilungswahrscheinlichkeit  $p$  eines neuen Medikaments sei nicht bekannt.  
Zur Schätzung von  $p$  werde das Medikament  $n$  Patienten verabreicht.
  - a) Wie groß muss  $n$  mindestens sein, damit die Zufallsvariable  $H_n$  der relativen Häufigkeit der geheilten Patienten mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 95 % Werte annimmt, die von  $p$  um weniger als 5 % abweichen?
  - b) Um wie viel kann der minimale Stichprobenumfang  $n$  aus a) verringert werden, falls die Information  $p \geq 0,85$  vorliegt?

