

LK Mathematik K13 * Tschebyschow-Ungleichung bei Bernoulli-Experimente

Ein Würfel wird n -mal geworfen. X gebe hierbei die Anzahl der geworfenen "6"-er (Treffer) an.

$H = \frac{X}{n}$ ist die relative Trefferhäufigkeit (arithmetisches Mittel).

Wir nehmen zunächst an, dass es sich um einen L-Würfel handelt.

- a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich bei 200 Würfeln die relative Trefferhäufigkeit um weniger als 0,05 von der Trefferwahrscheinlichkeit $p = \frac{1}{6}$ unterscheidet?
- b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit weicht bei 200 Würfeln die relative Trefferhäufigkeit um mehr als 0,1 vom Wert $p = \frac{1}{6}$ ab?
- c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit liegt die Trefferzahl bei 200 Würfeln zwischen 30 und 40?
- d) Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat man bei 200 Würfeln genau 33 Treffer?
- e) Wie groß ist die Mindestwahrscheinlichkeit dafür, dass sich bei 600 Würfeln die relative Trefferhäufigkeit um weniger als 0,05 von der Trefferwahrscheinlichkeit $p = \frac{1}{6}$ unterscheidet? (Abschätzung mit Tschebyschow!)
- f) Schätzen Sie geeignet die Wahrscheinlichkeit dafür ab, dass bei 600 Würfeln die relative Trefferhäufigkeit um mindestens 0,10 vom Wert $p = \frac{1}{6}$ abweicht!
- g) Wie oft muss man den Würfel mindestens werfen, damit sich mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 95 % die relative Trefferhäufigkeit um weniger als 0,1 vom Wert $p = \frac{1}{6}$ unterscheidet? (Abschätzung mit Tschebyschow!)

Wie ist die Aufgabe g) zu beantworten, wenn man über den Wert von p überhaupt nichts weiß?

Wie ist die Aufgabe g) zu beantworten, wenn man weiß, dass $\frac{1}{7} \leq p \leq \frac{1}{5}$ gilt?

Abitur 2002 / III Aufgabe 3

Die Geschäftsleitung einer Firma interessiert sich für den Bekanntheitsgrad ihres Firmennamens "Booky".

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich die relative Häufigkeit der Befragten, die Booky kennen, um weniger als 0,05 vom tatsächlichen Bekanntheitsgrad unterscheidet, soll mindestens 95% betragen. Schätzen Sie mit Hilfe der Tschebyschow-Ungleichung ab, wie viele Personen dafür mindestens befragt werden müssen.

Weitere Aufgabe im Buch:

S.178 / Nr. 75, 76, 77, 78

S. 179 / Nr. 80, 81, 82, 83

Lösungen:

- | | |
|-------------------|--|
| S. 178 / Nr. 75) | $P(40 \leq x \leq 120) > 96\%$ |
| Nr. 76) | a) $P(X - 500 > 100) < 2,5\%$ |
| | b) $P(X - 500 > a) < 2\%$ gilt für $a \geq 112$; also $389 \leq x \leq 611$
also bei $389 \leq x \leq 611$ Entscheidung für gleiche Anzahl. |
| Nr. 77) | a) $p < 20,8\%$ |
| | b) $ X - 100 \geq 29$ |
| Nr. 78) | $P(X - E(X) > 0,0001 \cdot 10^{23}) < 2,5 \cdot 10^{-16}$ |
| S. 179 / Nr. 80) | $2,5 \cdot 10^5$ |
| Nr. 81) | $n > 6944$ |
| Nr. 82) | $n > 500$ |
| Nr. 83) | $n \geq 50\,000$ |