

LK M * K 12 * Bedingte Wahrscheinlichkeiten und die Formel von Bayes

1. Zwei L-Würfel werden geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass
 - a) der erste Würfel 6 zeigt unter der Bedingung, dass die Augensumme mindestens 10 ist;
 - b) die Augensumme mindestens 10 ist unter der Bedingung, dass der erste Würfel 6 zeigt?
2. Dorothea wirft 10 L-Münzen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit liegen lauter Wappen oben, falls
 - a) die erste Münze Wappen zeigt,
 - b) mindestens eine Münze Wappen zeigt,
 - c) mindestens fünf Münzen Wappen zeigen?
3. Florian spielt Skat. Seine Hand von 10 Karten enthält genau zwei Buben.
 - a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass im Skat genau ein weiterer Bube liegt?
 - b) Florians Buben sind der Herz- und der Karobube. Mit welcher Wahrscheinlichkeit liegt
 - i) genau ein Bube
 - ii) nur der Kreuzbubeim Skat?
4. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass einem Autofahrer in einer Wohngegend ein Ball vor den Wagen rollt, sei 1%. Die Wahrscheinlichkeit, dass hinter einem Ball ein Kind auf die Straße läuft, sei 95%. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass
 - a) einem Ball ein Kind folgt (Bedingte WK),
 - b) ein Ball auf die Straße rollt und ein Kind auf die Straße läuft (WK für UND-Ereignis)?
5. Untersuchungen haben ergeben, dass in der BRD 8,0% der Männer und 0,60% der Frauen farbenblind (rot-grün-blind) sind. Berechnen Sie unter der Voraussetzung, dass 47,7% der Einwohner der BRD männlich sind, die Wahrscheinlichkeit für
 - a) einen farbenblinden Mann
 - b) eine farbenblinde Frau
 - c) eine farbenblinde Person in der BRD.
6. Zeigen Sie, dass die Abbildung $P_B : A \rightarrow P_B(A)$ ein Wahrscheinlichkeitsmaß ist, falls $P(B) \neq 0$ gilt.
7. Ein Losverkäufer besitzt 100 Packungen zu je 100 Losen. 80 Packungen enthalten nur Nieten ("Nietenpackungen"), 18 Packungen enthalten je 80 Nieten und 20 Gewinnlose ("Mischpackungen") und 2 Packungen enthalten nur Gewinne ("Gewinnpackungen").
 - a) Anton kauft ein Los; es ist eine Niete. Mit welcher Wahrscheinlichkeit stammt das Los
 - a1) aus einer "Nietenpackung",
 - a2) aus einer "Mischpackung",
 - a3) aus einer "Gewinnpackung"?
 - b) Berta kauft ein Los; es ist ein Gewinn. Mit welcher Wahrscheinlichkeit stammt das Los
 - b1) aus einer "Nietenpackung",
 - b2) aus einer "Mischpackung",
 - b3) aus einer "Gewinnpackung"?
- 8) In der BRD waren 1975 0,5% der Bevölkerung aktiv an Tuberkulose (Tbc) erkrankt. Man weiß aufgrund langjähriger Erfahrung, dass ein spezieller Tbc-Röntgentest 90% der Kranken und 99% der Gesunden richtig diagnostiziert.
 - a) Eine medizinische Diagnose kann in zweierlei Weise falsch sein:
Fehler 1. Art : Der Patient hat die betreffende Krankheit, sie wird aber nicht erkannt.
Fehler 2. Art : Der Patient ist gesund, wird aber für krank erklärt.
Wie groß sind die Wahrscheinlichkeiten für einen Fehler 1. bzw. Fehler 2. Art?
 - b) Das Untersuchungsergebnis weist einen Getesteten als Tbc-krank aus. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist er dann wirklich krank?
 - c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein Untersucher wirklich gesund, wenn er laut Untersuchungsbefund gesund ist?
 - d) Die beiden in b) und c) getesteten Personen stammen aus einer Bevölkerungsschicht, die nur zu 0,05% aktiv an Tbc erkrankt ist. Welche Wahrscheinlichkeiten ergeben sich nun in den Fällen b) und c)?