LK M * K12 * Stochastik * Aufgaben zum Ereignisraum

1. A, B, C seien drei beliebige Ereignisse. Beschreiben Sie durch Terme der Ereignisalgebra

a)	A und B, aber nicht C	b)	alle drei	c)	nur A
d)	höchstens eines	e)	mindestens eines	f)	höchstens zwei
g)	mindestens zwei	h)	genau eines	i)	genau zwei
j)	keines	k)	nur A und B	l)	nur C nicht

2. Für eine Lieferung von 4 Motoren definiert man folgende Ereignisse:
A = "Mindestens ein Motor ist defekt." B = "Höchstens ein Motor ist defekt."
Interpretieren Sie folgende Ereignisse:

1)	$\overline{A}$	2)	$\overline{B}$	3)	$A \cap B$	4)	$A \cup B$
5)	$A \setminus B$	6)	$B \setminus A$	7)	$A \cup \overline{B}$	8)	$\overline{A} \cup B$
9)	$\overline{A} \cap \overline{B}$	10)	$\overline{A} \cup \overline{B}$				

3. Aus einer Lieferung werden 4 Stück zur Prüfung entnommen. Sie werden auf brauchbar bzw. unbrauchbar hin untersucht.
   a) Legen Sie einen geeigneten Ergebnisraum fest und bestimmen Sie seine Mächtigkeit.
   b) Beschreiben Sie folgende Ereignisse durch Ergebnismengen:
   A = "Das dritte Stück ist unbrauchbar:"
   B = "Genau das dritte Stück ist unbrauchbar:"
   C = "Mindestens zwei Stücke sind unbrauchbar."
   D = "Genau drei Stücke sind brauchbar."
   E = "Kein Stück ist brauchbar."

4. Untersuchen Sie, ob folgende Ereignisse unvereinbar sind:

a)	A und $\overline{A \cup B}$	b)	A und $\overline{A \cap B}$
c)	A und $\overline{A} \cap B$	d)	$\overline{A \cup B}$ und $\overline{A} \cap B$

5. Prüfen Sie die Gültigkeit folgender Behauptungen:

a)	A, B unvereinbar	$\Rightarrow$	$\overline{A}$, $\overline{B}$ unvereinbar
b)	A, B unvereinbar	$\Rightarrow$	$\overline{A}$, B unvereinbar
c)	A, B unvereinbar	$\Rightarrow$	$\overline{A}$, $\overline{B}$ nicht unvereinbar
b)	A, B unvereinbar	$\Rightarrow$	$\overline{A}$, B nicht unvereinbar

6. a) Zeigen Sie: Die Ereignisse A, $\overline{A \cup B}$, $\overline{A} \cap B$ bilden eine Zerlegung von Ω.
   Fertigen Sie dazu eine Skizze an.
   b) Die Fußballmannschaften I und II spielen gegeneinander. A bedeute " I siegt ";
   B bedeute " II siegt ". Interpretieren Sie die Ereignisse aus 6a).

7. An einem Wettbewerb nehmen n Sportler teil.
A_i sei das Ereignis "Der Sportler mit der Startnummer i erreicht genau den i-ten Platz".
Interpretieren Sie folgende Ereignisse:

a) $\bigcap\limits_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cap A_2 \cap ... \cap A_n$ b) $\bigcup\limits_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cup A_2 \cup ... \cup A_n$

c) $\bigcap\limits_{i=1}^{n} \overline{A_i}$ d) $\bigcup\limits_{i=1}^{n} \overline{A_i}$ e) $\bigcup\limits_{i=1}^{n} \left(A_i \cap \bigcap\limits_{k \neq i}^{n} \overline{A_k} \right)$

LK M * K12 * Stochastik * Aufgaben zum Ereignisraum * Lösungen

1. a) $A \cap B \cap \overline{C}$ b) $A \cap B \cap C$ c) $A \cap \overline{B} \cap \overline{C}$

   d) $\left(A \cap \overline{B} \cap \overline{C}\right) \cup \left(\overline{A} \cap B \cap \overline{C}\right) \cup \left(\overline{A} \cap \overline{B} \cap C\right) \cup \left(\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}\right)$

   e) $\Omega \setminus \left(\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}\right)$ f) $\Omega \setminus \left(A \cap B \cap C\right)$

   g) $\left(A \cap B \cap \overline{C}\right) \cup \left(A \cap \overline{B} \cap C\right) \cup \left(\overline{A} \cap B \cap C\right) \cup \left(A \cap B \cap C\right)$

   h) $\left(A \cap \overline{B} \cap \overline{C}\right) \cup \left(\overline{A} \cap B \cap \overline{C}\right) \cup \left(\overline{A} \cap \overline{B} \cap C\right)$

   i) $\left(A \cap B \cap \overline{C}\right) \cup \left(A \cap \overline{B} \cap C\right) \cup \left(\overline{A} \cap B \cap C\right)$

   j) $\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}$ k) $A \cap B \cap \overline{C}$ l) $A \cap B \cap \overline{C}$

2. (1) $\overline{A}$ = „Kein Motor ist defekt“
   (2) $\overline{B}$ = „Mindestens 2 Motore sind defekt“
   (3) $A \cap B$ = „Genau ein Motor ist defekt“
   (4) $A \cup B$ = „sicheres Ereignis = Ω
   (5) $A \setminus B$ = „Mindestens 2 Motor sind defekt“ = $A \cap \overline{B}$
   (6) $B \setminus A$ = „Kein Motor ist defekt“ = $B \cap \overline{A}$
   (7) $A \cup \overline{B}$ = „Mindestens ein Motor ist defekt“ = A
   (8) $\overline{A} \cup B$ = „Höchstens ein Motor ist defekt = B
   (9) $\overline{A} \cap \overline{B}$ = { } „unmögliches Ereignis“
   (10) $\overline{A} \cup \overline{B}$ = „Kein oder 2 oder 3 oder 4 Motore sind defekt“

3. a) b = „brauchbar“, u = „unbrauchbar“
   Ω = {bbbb, ubbb, bubb, bbub, bbbu, uubb, ubub, ubbu, buub, bubu, bbuu, buuu, ubuu, uubu, uuub, uuuu}

   b) A = {bbub, ubub, buub, bbuu, buuu, ubuu, uuub, uuuu}
   B = {bbub}
   C = {uubb, ubub, ubbu, buub, bubu, bbuu, buuu, ubuu, uubu, uuub, uuuu}
   D = {ubbb, bubb, bbub, bbbu}
   E = {uuuu}

4. An der Vierfeldertafel erkennt man:

	A	$\overline{A}$
B		
$\overline{B}$		

$A \cap \overline{A \cup B} = \{\ \}$ also sind A und $\overline{A \cup B}$ unvereinbar

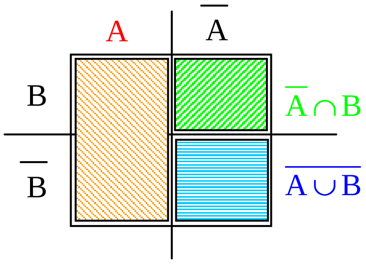
$A \cap \overline{A \cap B} = A \cap \overline{B}$; A und $\overline{A \cap B}$ sind also vereinbar

$A \cap \overline{A \cap B} = \{\ \}$ also sind A und $\overline{A \cap B}$ unvereinbar

$(\overline{A \cup B}) \cap (\overline{A} \cap B) = \{\ \}$; $(\overline{A \cup B})$ und $(\overline{A} \cap B)$ sind also unvereinbar

5. a) Die Behauptung ist falsch, denn $\overline{A} \cap \overline{B}$ muss ja nicht leer sein (siehe Vierfeldertafel!).
   b) Die Behauptung ist falsch, denn $\overline{A} \cap B$ muss ja nicht leer sein.
   c) Die Behauptung ist falsch, denn $\overline{A} \cap \overline{B}$ kann ja auch leer sein.
   d) Die Behauptung ist richtig, falls $B \neq \{\ \}$ gilt.

6. a)



b) A = „I siegt“

$\overline{A \cup B}$ = „I und II spielen unentschieden“

$\overline{A} \cap B$ = „II siegt“

7. a) „Jeder Sportler erreicht genau den Platz, der seiner Startnummer entspricht.“
   b) „Mindestens ein Sportler erreicht den Platz, der seiner Startnummer entspricht.“
   c) „Kein Sportler erreicht den Platz, der seiner Startnummer entspricht.“
   d) „Mindestens ein Sportler erreicht einen Platz, der <u>nicht</u> seiner Startnummer entspricht.“
   e) „Genau ein Sportler erreicht den Platz, der seiner Startnummer entspricht.“