

LK M * K12 * Stochastik * "Relative Häufigkeiten"

- In einem Studentenwohnheim wohnen 200 Studenten. 165 von ihnen sprechen Englisch, 73 Französisch und 49 sprechen beide Sprachen.
 - Wie groß ist die relative Häufigkeit der Studenten, die mindestens eine der beiden Sprachen sprechen?
 - Wie groß ist die relative Häufigkeit der Studenten, die keine der beiden Sprachen sprechen?
- In 38% aller deutschen Haushalte leben Kinder. 13% aller deutschen Haushalte haben einen Kanarienvogel. (Aus Deutschland in Zahlen 1972/73, heyne Kompaktwissen 10)
Zwischen welchen Grenzen liegt die relative Häufigkeit der Haushalte, die weder Kinder noch einen Kanarienvogel haben? (Lösung mit einer Mehrfeldertafel!)
- Bei einer Großuntersuchung an 27392 Personen ergab sich folgende Verteilung der Blutgruppenzugehörigkeit:
Träger des Antigens A : 13915 Personen
Träger des Antigens B : 2849 Personen
Personen ohne Antigen A bzw. B : 11724 Personen
Mit A, B bzw. O sei jeweils das Ereignis "Die untersuchte Person hat die Blutgruppe A, B bzw. O" bezeichnet.
Zeichnen Sie eine geeignete Mehrfeldertafel für die relativen Häufigkeiten bei dieser Großuntersuchung. Bestimmen Sie die relativen Häufigkeiten der Ereignisse
 - A, B, O
 - $A \cap B$, $A \cup B$
 - $A \cup O$
 - \bar{A}
 - $\overline{A \cap B}$
 - $\bar{A} \cap \bar{B}$
- Beweisen Sie $h_n(\bar{A}) = 1 - h_n(A)$
- Bestimmen Sie die relative Häufigkeit der natürlichen Zahlen von 1 bis 1000, die
 - durch 2,
 - durch 3,
 - durch 2 und 3,
 - durch 2 oder 3 teilbar sind.
- Bei 100 Würfeln mit einem Würfel erhält man 44 mal eine gerade Zahl, 33 mal eine Zahl > 4 , 47 mal eine Primzahl, 20 mal die 3 und die Zahl 5 einmal öfter als die Zahl 4.
 - Wie oft hat man die 1 gewürfelt?
 - Wie oft hat man 2 oder 5 gewürfelt?
 - Wie oft hat man 4 gewürfelt?
- In einer Schule sprechen die Schüler 3 Sprachen, nämlich E, L und F. Es gilt:
 - ▶ Jeder Schüler spricht mindestens eine der genannten Sprachen.
 - ▶ 10% der Schüler sprechen alle drei Sprachen.
 - ▶ Nur $\frac{3}{7}$ der E-Sprechenden sprechen auch F.
 - ▶ 48% der Schüler sprechen L.
 - ▶ 10% der Schüler sprechen nur F.
 - ▶ 51% der Schüler sprechen genau zwei Sprachen.
 - ▶ 28% der Schüler sprechen E und L.
 - Wie viele sprechen nicht E?
 - Wie viele sprechen E und F?

LKM * K12 * Stochastik * "Relative Häufigkeiten" * Lösungen

1. Die schwarzen Werte sind gegeben, die roten Werte kann man dann ausrechnen.

$$(1) \frac{200-11}{200} = \frac{189}{200} = 94,5\%$$

$$(2) \frac{11}{200} = 5,5\%$$

	E	\bar{E}	
F	49	24	73
\bar{F}	116	11	127
	165	35	200

2. K = „Kind im Haushalt“
V = „Kanarienvogel im Haushalt“

	K	\bar{K}	
V	a	b	13%
\bar{V}	c	d	87%
	38%	62%	100%

Für a muss gelten:

$$0\% \leq a \leq 13\% \Rightarrow 0\% \leq b \leq 13\% \text{ und } 25\% \leq c \leq 38\% \Rightarrow 49\% \leq d \leq 62\%$$

Die relative Häufigkeit der Haushalte, die weder Kinder noch Kanarienvögel haben, liegt also zwischen 49% und 62%.

3. a) $h_n(A) = \frac{13915}{27392} \approx 50,8\%$

$$h_n(B) = \frac{2849}{27392} \approx 10,4\%$$

$$h_n(O) = \frac{11724}{27392} \approx 42,8\%$$

	A	\bar{A}	
B	1096	1753	2849
\bar{B}	12819	11724	24543
	13915	13477	27392

b) $h_n(A \cap B) = \frac{1096}{27392} \approx 4,0\%$

$$h_n(A \cup B) = \frac{27392-11724}{27392} \approx 57,2\%$$

c) $h_n(A \cup O) = \frac{27392-1753}{27392} \approx 93,6\%$

d) $h_n(\bar{A}) = \frac{27392-13915}{27392} \approx 49,2\%$

e) $h_n(\overline{A \cap B}) = \frac{27392-1096}{27392} \approx 96,0\%$

f) $h_n(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{11724}{27392} \approx 42,8\%$

4. $|A| = a ; |\bar{A}| = b \text{ und } a + b = n \Rightarrow h_n(\bar{A}) = \frac{b}{n} = \frac{b+a-a}{n} = \frac{n}{n} - \frac{a}{n} = 1 - h_n(A)$

5. a) $h_{1000}(\text{durch 2 teilbar}) = \frac{500}{1000}$

b) $h_{1000}(\text{durch 3 teilbar}) = \frac{333}{1000}$

c) $h_{1000}(\text{durch 2 und durch 3 teilbar}) = h_{1000}(\text{durch 6 teilbar}) = \frac{166}{1000}$

d) $h_{1000}(\text{durch 2 oder 3 teilbar}) = \frac{500}{1000} + \frac{333}{1000} - \frac{166}{1000} = \frac{667}{1000}$

6. $x + y = 47$
 (1) $a + c + d = 44$
 (2) $a + b = 33$
 (3) $b + c + f = 47$
 (4) $f = 20$
 (5) $b = d + 1$
 (6) $b + e + f = 56$

	44		56		
	gerade		ungerade		
> 4	-	(6) a	-	(5) b	33
≤ 4	(2) c	(4) d	(1) e	(3) f	67
	Primzahl	keine Primzahl		Primzahl	
	x	53		y	

- (1) $a + c + d = 44$
 (2) $a + b = 33$
 (3) $b + c = 27$
 (5) $b = d + 1$
 (6) $b + e = 36$

mit (5) $d + c = 26$ in (1) $a + 26 = 44$ also $a = 18$

mit $a = 18$ folgt $b = 15$, $d = 14$, $e = 21$, $c = 12$

- a) Die 1 wurde 21mal gewürfelt.
 b) 2 oder 5 wurde $12 + 15 = 27$ mal gewürfelt.
 c) die 4 wurde 14mal gewürfelt.

7.

	E		nicht E		
F	a	10%	b	10%	
nicht F	c	d	e	0	
	nicht L	L		nicht L	
		48%			

(1) $a + 0,10 = \frac{3}{7}(a + c + d + 0,1)$ d.h. $4a + 0,4 = 3c + 3d$

(2) $b + d + e + 0,1 = 0,48$

(3) $a + b + d = 0,51$

(4) $0,1 + d = 0,28$

d.h. $d = 18\%$

(5) $a + c + 0,1 = 0,52$

d.h. $a + c = 0,42$

(1) $4a = 3c + 0,14$

mit (5) $4a = 1,4 - 3a$ d.h. $a = 0,20 = 20\%$

(2) $b + e = 0,20$

(3) $a + b = 0,33$

also $b = 13\%$, $c = 22\%$ und $e = 7\%$

a) $b + e + 10\% = 30\%$

Also sprechen 30% nicht E.

b) $a + 10\% = 30\%$

Also sprechen 30% E und F.