LK Mathe * Aufgaben zur Kombinatorik

1. In einem Zimmer befinden sich n Personen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens zwei Personen am gleichen Tag Geburtstag haben (Schaltjahre bleiben unberücksichtigt!)? Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für $n = 10$, 20 und 30.

2. In einem Zimmer sind außer Ihnen noch n Personen anwesend. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens eine Person mit Ihnen am gleichen Tag Geburtstag hat? Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für $n = 10$, 20 und 30. Ab welcher Zahl n lohnt es sich, darauf zu wetten?

3. Aus den zehn Buchstaben des Wortes IJSSELMEER werden zufällig 5 ausgewählt und zufällig in einer Reihe angeordnet.
   a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit entsteht das Wort REISE, MESSE bzw. LESER?
   b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit enthält das Wort alle drei "E"?
   c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit enthält das Wort die Buchstabenkombination "ESE"?

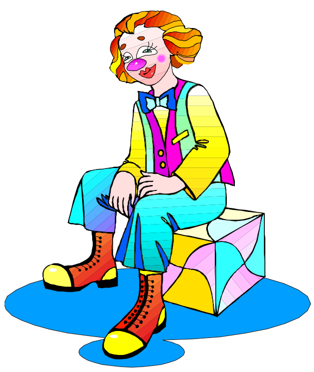
4. Ein L-Würfel wird 8mal geworfen. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse.
   a) A = "Mindestens zweimal 6"
   b) B = "Genau zweimal 6, wobei die 6er unmittelbar aufeinander folgen"
   c) C = "Jede Ziffer kommt mindestens einmal vor"

5. Ein Flugzeug kann 280 Passagiere aufnehmen. An einem Flug nehmen 272 Personen teil.
   a) Wie viele Möglichkeiten gibt es für die freien Plätze?
   b) Das Flugzeug hat 60 Plätze für Raucher und 220 Plätze für Nichtraucher. Wie viele Möglichkeiten für die freien Plätze gibt es, wenn genau 57 der 272 Personen einen Raucherplatz einnehmen?

6. Im Stadtrat sind die Vier Parteien A, B, C und D vertreten. (Vgl. Abi 83 / IV)
   Ein 15-köpfiger Ausschuss soll neu besetzt werden. Die Parteien A, B, C und D dürfen im Ausschuss 3, 4, 6 bzw. 2 Sitze besetzen, haben jedoch 5, 6, 8 bzw. 3 dafür geeignete Fachleute.
   a) Wie viele verschiedene Zusammensetzungen des Ausschusses sind möglich?
   b) Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn die beiden Experten Huber und Meier der Partei C dem Ausschuss nur gemeinsam oder gar nicht angehören wollen?

7. Leibniz (1646-1716) dachte, es sei mit zwei Würfeln ebenso leicht, die Augensumme 11 wie die Augensumme 12 zu werfen. Prüfen Sie mit einer Rechnung, ob er recht hatte.

8. Wie groß ist beim Pokern (mit 32 Karten) die Wahrscheinlichkeit für
   a) ein Fullhouse   b) ein Paar   c) einen Drilling
   d) ein Doppelpaar?



LK Mathe * Aufgaben zur Kombinatorik

Lösungen:

1. $p = 1 - P(\text{"nur versch.Geb."}) = 1 - \frac{\binom{365}{n} \cdot n!}{365^n}$

n	10	20	30
p	11,7%	41,1%	70,6%

2. $p = 1 - \left(\frac{364}{365}\right)^n$

$p < 50\% \iff n > \frac{\ln(0{,}50)}{\ln(364) - \ln(365)} = 252{,}6$

Wetten lohnt sich ab 253 Personen.

n	10	20	30
p	2,7%	5,3%	7,9%

3. $|\Omega| = \binom{10}{5} \cdot 5! = 30240$

a) $P(\text{"REISE"}) = [\binom{3}{2} \cdot \binom{2}{1} \cdot \binom{1}{1} \cdot \binom{1}{1} \cdot 2!] : |\Omega| = \frac{1}{2520} = P(\text{"LESER"})$

$P(\text{"MESSE"}) = [\binom{3}{2} \cdot \binom{2}{2} \cdot \binom{1}{1} \cdot 2! \cdot 2!] : |\Omega| = \frac{1}{2520}$

b) $P(\text{"alle 3 E"}) = [\binom{3}{3} \cdot \binom{7}{2} \cdot 5!] : |\Omega| = \frac{21}{252}$

c) $P(\text{"enthält ESE"}) = [3 \cdot (\binom{3}{2} \cdot \binom{2}{1} \cdot 2!) \cdot \binom{7}{2} \cdot 2!] : |\Omega| = \frac{1}{20}$

4. $|\Omega| = 6^8 = 1679616$

a) $P(A) = 1 - [5^8 + \binom{8}{1} \cdot 5^7] : |\Omega| = 39{,}5\,\%$

b) $P(B) = [7 \cdot 5^6] : |\Omega| = 6{,}5\,\%$

c) $P(C) = [\binom{6}{1} \cdot \binom{8}{3} \cdot 5! + \binom{6}{2} \cdot \binom{8}{2} \cdot \binom{6}{2} \cdot 4!] : |\Omega| = 11{,}4\,\%$

5. a) $\binom{280}{8} = 8{,}47 \cdot 10^{14}$ b) $\binom{60}{3} \cdot \binom{220}{5} = 1{,}40 \cdot 10^{14}$

6. a) $\binom{5}{3} \cdot \binom{6}{4} \cdot \binom{8}{6} \cdot \binom{3}{2} = 12600$

b) $\binom{5}{3} \cdot \binom{6}{4} \cdot [\binom{6}{4} + \binom{6}{6}] \cdot \binom{3}{2} = 7200$

7. $P(\text{"Augensumme 11"}) = \frac{2}{36}$ denn $11 = 5 + 6 = 6 + 5$

$P(\text{"Augensumme 12"}) = \frac{1}{36}$ denn $12 = 6 + 6$

8. $|\Omega| = \binom{32}{5} = 201376$

a) $P(\text{"Fullhouse"}) = [\binom{8}{1} \cdot \binom{4}{3} \cdot \binom{7}{1} \cdot \binom{4}{2}] : |\Omega| = 0{,}67\,\%$

b) $P(\text{"Paar"}) = [\binom{8}{1} \cdot \binom{4}{2} \cdot \binom{7}{3} \cdot \binom{4}{1}^3] : |\Omega| = 53{,}4\,\%$

c) $P(\text{"Drilling"}) = [\binom{8}{1} \cdot \binom{4}{3} \cdot \binom{7}{2} \cdot \binom{4}{1}^2] : |\Omega| = 5{,}3\,\%$

d) $P(\text{"Doppelpaar"}) = [\binom{8}{2} \cdot \binom{4}{2}^2 \cdot \binom{6}{1} \cdot \binom{4}{1}] : |\Omega| = 12{,}0\,\%$