LK M * K12 * Typische Aufgaben zur Exponentialfunktion

1. Vereinfachen Sie und berechnen Sie dann den Wert auf Tausendstel genau mit dem Taschenrechner.

   a) $e^{2-\ln(3)}$ b) $e^{1-\ln\sqrt{e}}\cdot\ln(e^{\sqrt{2}})$

   c) $(e^{2\cdot\sqrt{3}})^{\ln(e^{\sqrt{3}})}$ d) $1+(e-1)\cdot(e+1)^{\ln(e)}$

2. Skizzieren Sie den Graphen und geben Sie die Ableitung an.
   Berechnen Sie gegebenenfalls den „Knickwinkel“ des Graphen.

   a) $f(x) = e^{x-1}$ b) $f(x) = e^{|x+1|}$

   c) $f(x) = e^{|2-x|}$ d) $f(x) = \sqrt{e^{|x-1|}}$

3. Der Graph der Funktion f mit $f(x) = 2\cdot\sqrt{e^{x-1}}$ schließt mit der y-Achse und der Tangente an G_f im Punkt P(3 / ?) eine Fläche mit dem Inhalt A ein. Berechnen Sie A. (Skizze!)

4. Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte

   a) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{e^x}{x}$ b) $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{e^x}{x}$

   c) $\lim\limits_{x\to-\infty} x^2\cdot e^x$ d) $\lim\limits_{x\to\infty}(x^2+x)\cdot e^{-x}$

   e) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x - e^x}{1 + 2e^x}$ f) $\lim\limits_{x\to\infty}\ln(x)\cdot e^{-x}$

5. Integrale mit der Exponentialfunktion
   a) Bestimmen Sie die Ableitungsfunktion von $F(x) = (a\,x^2 + b\,x + c)\cdot e^x$ (mit $a, b, c \in R$).
   Was fällt auf?
   b) Ermitteln Sie nun die folgenden unbestimmten Integrale:

   b1) $\int x\cdot e^x\,dx$ b2) $\int (x^2-1)\cdot e^x\,dx$

   b3) $\int (2x^2 - x + 1)\cdot e^x\,dx$ b4) $\int x\cdot e^{-x}\,dx$

   b5) $\int \frac{x^2}{e^x}\,dx$ b6) $\int \frac{x^2 - x + 1}{2e^x}\,dx$

   b7) $\int e^{x+1}\,dx$ b8) $\int e^{1-x}\,dx$

6. Versuchen Sie die folgenden bestimmten Integrale zu ermitteln.

   a) $\int_0^1 3x\cdot e^{x^2+1}\,dx$ b) $\int_0^1 \frac{e^x}{\sqrt{1+e^x}}\,dx$

7. Gegeben sind die Funktionen $f(x) = e^x + e^{-x}$ und $g(x) = e^{|x|}$.
   a) Untersuchen Sie f und g auf Symmetrie.
   Bestimmen Sie von beiden Funktionen die erste, zweite und dritte Ableitung!
   Was fällt auf?
   b) Skizzieren Sie die beiden Graphen. Hat die Fläche zwischen den beiden Graphen endlichen Inhalt?
   c) Für $x \in R_o^+$ ist f umkehrbar.

   Zeigen Sie dass gilt $f_1^{-1}(x) = \ln(\frac{1}{2}\cdot(x+\sqrt{x^2-4}))$ mit $x \in [2;\infty[$