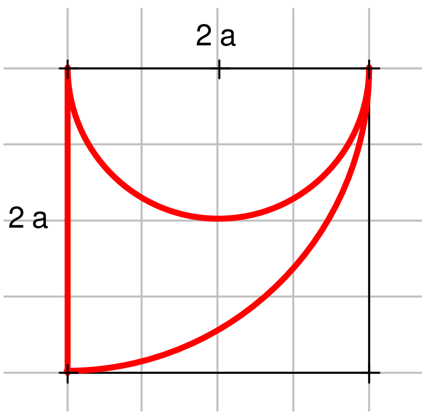
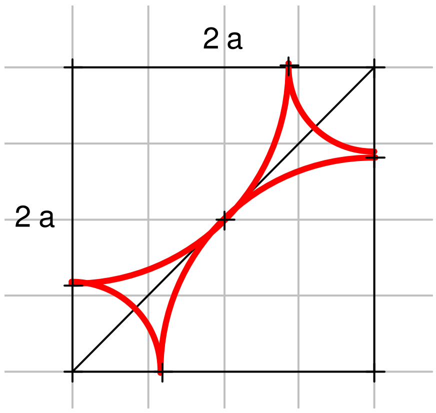
Mathematik * Jahrgangsstufe 10 * Aufgaben zu Kreisfläche und Kreisumfang

1. Die dargestellten rot umrandeten Figuren sind in ein Quadrat der Seitenlänge 2a einbeschrieben. Bestimmen Sie jeweils die zu den Kreisbögen gehörenden Radien in Vielfachen von a und berechnen Sie dann den Umfang in Vielfachen von a und den Flächeninhalt in Vielfachen von a^2.

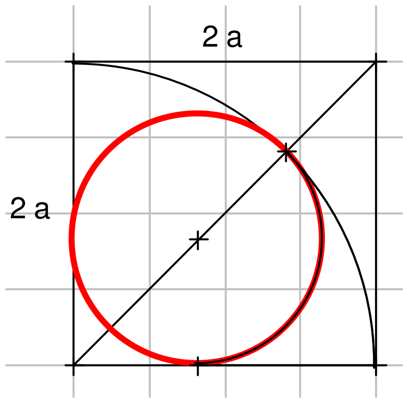
a)



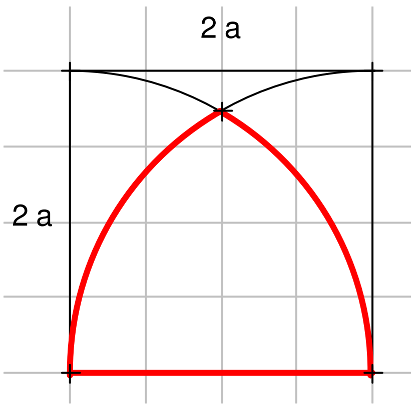
b)



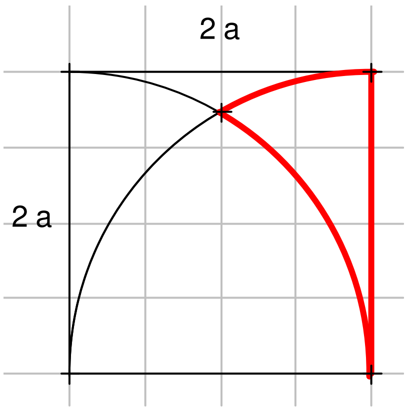
c) Für Experten!



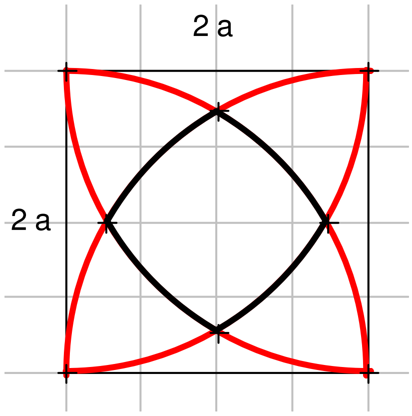
d)



e)

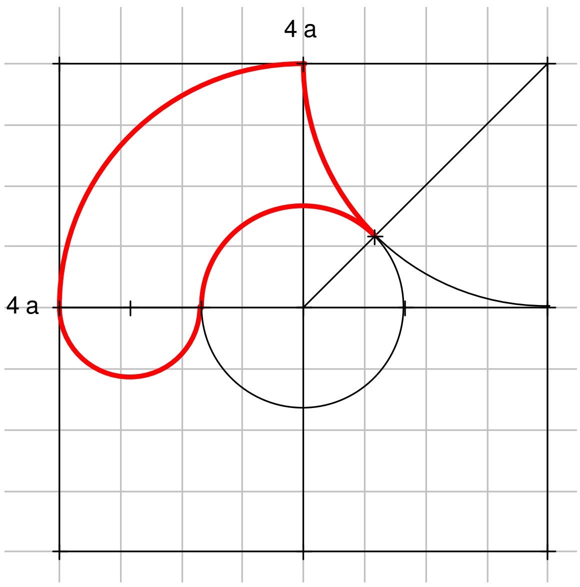


f) Für Experten!



2. Bestimmen Sie den Umfang und den Flächeninhalt der rot gezeichneten Figur in Vielfachen der Länge a bzw. in Vielfachen des Flächeninhalts a^2.

   Die Figur ist dem großen Quadrat der Kantenlänge 4a einbeschrieben!



Mathematik * Jahrgangsstufe 10 * Aufgaben zu Kreisfläche und Kreisumfang * Lösungen

1. a) $U = (2+2\pi)\cdot a \quad ; \quad F = \frac{1}{2}\cdot\pi\cdot a^2$

b) $r_1 = \sqrt{2}\cdot a \; ; \; r_2 = 2a - r_1 = (2-\sqrt{2})\cdot a \; ; \; U = 2\cdot\pi\cdot a$

$F = (2a)^2 - \frac{1}{2}\cdot r_1^{\,2}\cdot\pi - \frac{1}{2}\cdot r_2^{\,2}\cdot\pi = (4 - 4\cdot\pi + 2\cdot\sqrt{2}\cdot\pi)\cdot a^2 \approx 0{,}3\cdot a^2$

c) $r + \sqrt{2}\cdot r = 2\cdot a \;\Rightarrow\; r = 2\cdot(\sqrt{2}-1)\cdot a \quad ; \quad U = 4\cdot\pi\cdot(\sqrt{2}-1)\cdot a \approx 5{,}2\cdot a$

$F = 4\cdot(3-2\sqrt{2})\cdot\pi\cdot a^2 \approx 2{,}2\cdot a^2$

d) Hinweis: Für die Höhe h im gleichseitigen Dreieck der Seitenlänge $2a$ gilt: $h = \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 2a$.

$U = (2+\frac{4}{3}\cdot\pi)\cdot a \approx 6{,}2\cdot a \quad ; \quad F = \frac{1}{6}\cdot(2a)^2\cdot\pi + (\frac{2}{3}\cdot\pi - \sqrt{3})\cdot a^2 = (\frac{4}{3}\cdot\pi - \sqrt{3})\cdot a^2 \approx 2{,}5\cdot a^2$

e) $U = (\pi+2)\cdot a \approx 5{,}1\cdot a \quad ; \quad F = \frac{1}{4}\cdot(2a)^2\cdot\pi - F_{\text{von 1d}} = (\sqrt{3} - \frac{1}{3}\cdot\pi)\cdot a^2 \approx 0{,}7\cdot a^2$

f) $U = \frac{8}{3}\cdot\pi\cdot a \approx 8{,}4\cdot a \quad ;$

$F = (2a)^2 - 4\cdot F_1 \quad \text{mit} \quad F_1 = (2a)^2 - \frac{1}{4}\cdot(2a)^2\cdot\pi - F_{\text{von 1e}} = (4 - \frac{2}{3}\cdot\pi - \sqrt{3})\cdot a^2$

$F = 4\cdot(\sqrt{3} + \frac{2}{3}\cdot\pi - 3)\cdot a^2 \approx 3{,}3\cdot a^2$

2. $r_1 = 2\cdot(\sqrt{2}-1)\cdot a \quad ; \quad r_2 = \frac{1}{2}\cdot(2a - r_1) = (2-\sqrt{2})\cdot a$

$U = (2 + \frac{1}{2}\cdot\sqrt{2})\cdot\pi\cdot a \approx 8{,}5\cdot a$

$F = \frac{1}{2}\cdot(2a)^2 + \frac{1}{4}\cdot(2a)^2\cdot\pi + \frac{1}{2}\cdot r_2^{\,2}\cdot\pi - \frac{3}{8}\cdot r_1^{\,2}\cdot\pi - \frac{1}{8}\cdot(2a)^2\cdot\pi = (2 + \sqrt{2}\cdot\pi - \pi)\cdot a^2 \approx 3{,}3\cdot a^2$