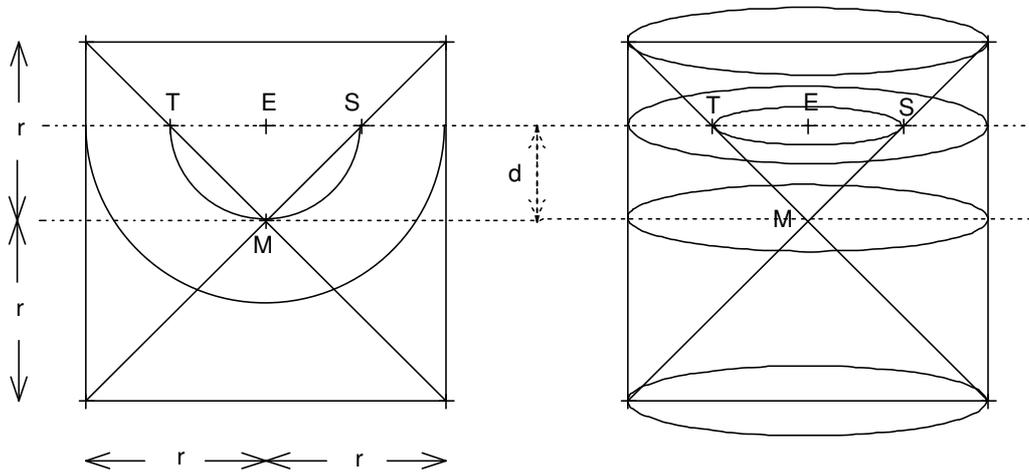


Mathematik * Jahrgangsstufe 10 * Bestimmung des Kugelvolumens

Eine Zylinder ohne Doppelkegel (Höhe $2r$, Radius r) und eine Kugel (Radius r) werden jeweils im Abstand d von der Mittelebene von einer Ebene geschnitten. Als Schnittfiguren treten dabei ein Ring bzw. ein Kreis auf.

Zeigen Sie, dass für jedes d der Flächeninhalt des Ringes genau dem Flächeninhalt des Kreises entspricht! Nach dem Cavalierischen Prinzip gilt daher: $V_{\text{Kugel}} = V_{\text{Zylinder}} - V_{\text{Doppelkegel}}$

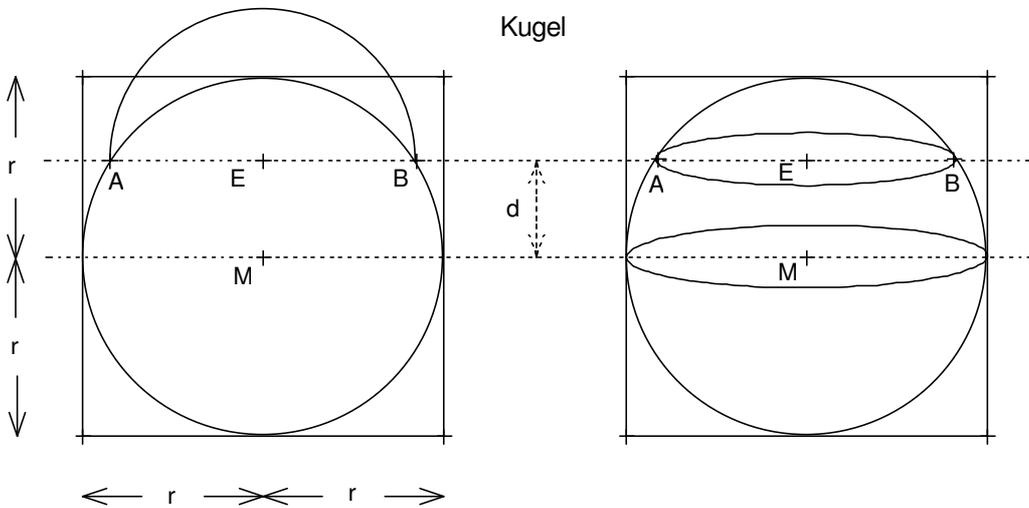
Zylinder ohne Doppelkegel



$$\overline{TE} = \overline{ES} =$$

$$F_{\text{Ring}} =$$

Kugel



$$\overline{AE}^2 + d^2 =$$

$$\overline{AE}^2 =$$

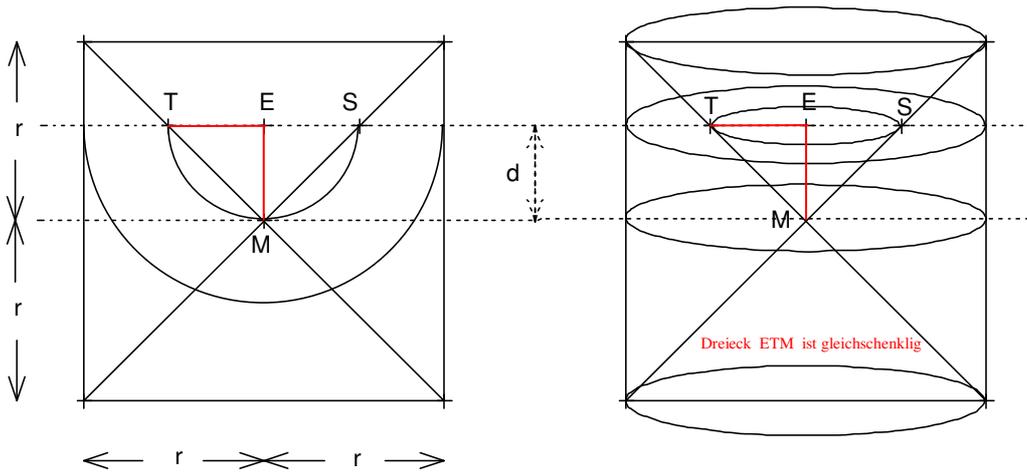
$$F_{\text{Kreis}} =$$

$$F_{\text{Kreis}} =$$

$$V_{\text{Kugel}} = V_{\text{Zylinder}} - V_{\text{Doppelkegel}} =$$

Volumen einer Kugel mit Radius r : $V_{\text{Kugel}} =$

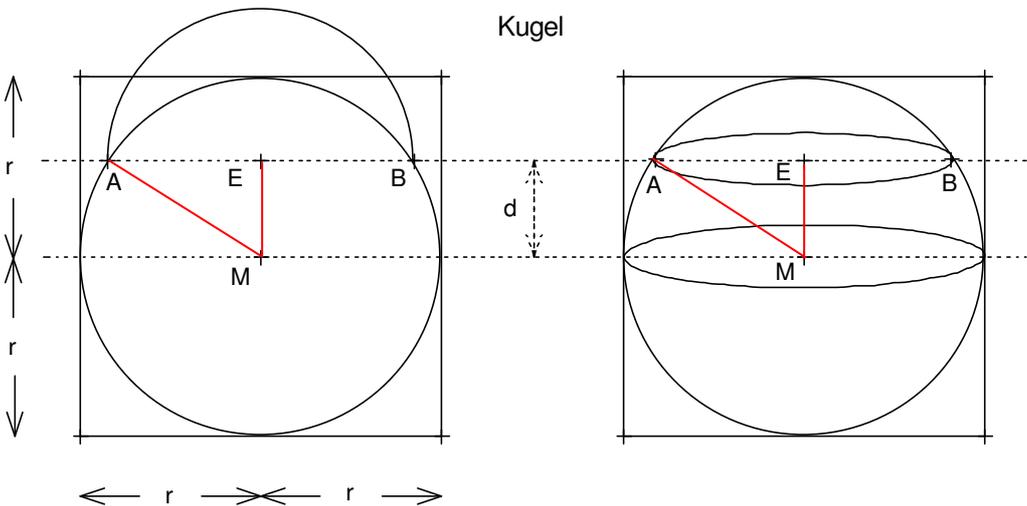
Zylinder ohne Doppelkegel



$$\overline{TE} = \overline{ES} = \overline{EM} = d$$

$$F_{\text{Ring}} = r^2 \cdot \pi - d^2 \cdot \pi$$

Kugel



$$\overline{AE}^2 + d^2 = r^2$$

$$\overline{AE}^2 = r^2 - d^2$$

$$F_{\text{Kreis}} = \overline{AE}^2 \cdot \pi$$

$$F_{\text{Kreis}} = (r^2 - d^2) \cdot \pi = r^2 \cdot \pi - d^2 \cdot \pi$$

$$V_{\text{Kugel}} = V_{\text{Zylinder}} - V_{\text{Doppelkegel}} = r^2 \cdot \pi \cdot 2r - 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot r = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$$

Volumen einer Kugel mit Radius r :
$$V_{\text{Kugel}} = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$$