

Mathematik * Aufgaben zur Polynomdivision * Jahrgangsstufe 11

1. Führen Sie die Polynomdivision durch!

a) $(x^3 - 2x^2 + 3x - 6):(x - 2)$ b) $(2x^4 - x^3 + 5x - 30):(x + 2)$

c) $\frac{x^3 - 5x^2 + 4x + 6}{2x - 6}$ d) $\frac{x^4 - 5x^2 - 500}{x + 5}$

e) $\frac{2x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 2x}{x^2 - 2x}$

2. Welchen Wert muss a haben, damit die Polynomdivision aufgeht?
Setzen Sie diesen Wert für a ein und führen Sie die Division durch!

a) $(x^3 + ax^2 + 2x - 3):(x + 1)$ b) $(x^5 - 6x + a):(x - 2)$

c) $\frac{x^4 - a}{x - 3}$ d) $\frac{x^3 + x^2 + ax - 6}{0,5x + 1}$

3. Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 2x}$.

- Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich D_f von f .
- Vereinfachen Sie den Funktionsterm $f(x)$! (Polynomdivision)
- Skizzieren Sie den Graphen von f .

4. Begründen Sie, dass die Polynomdivision $(x^3 - x^2 - 2x + 1):(x - 2)$ nicht aufgehen kann.

Zeigen Sie, dass man den Quotienten folgendermaßen schreiben kann:

$$(x^3 - x^2 - 2x + 1):(x - 2) = x^2 + x + \frac{1}{x - 2} \quad (\text{Polynomdivision mit Rest!})$$

5. Führen Sie die folgenden Polynomdivisionen mit Rest durch.

a) $(2x^3 - x^2 + 3x + 1):(x + 1)$

b) $(x^4 + x^2 - 2x + 1):(x^2 - 1)$

c) $\frac{x^4 - 2x}{x + 5}$

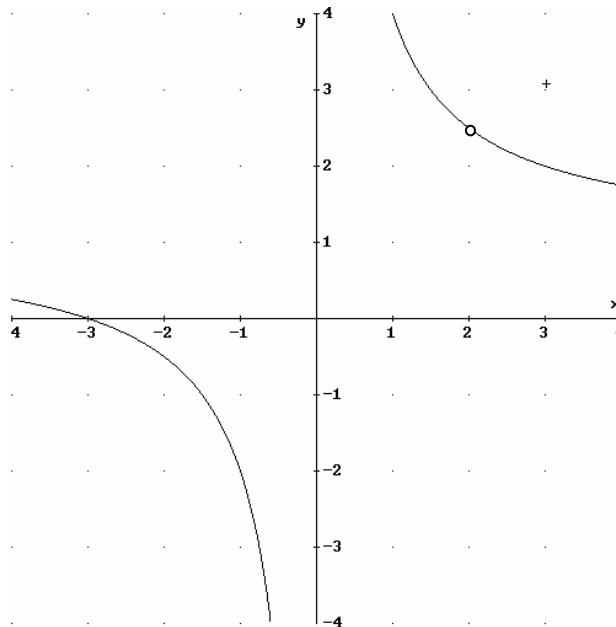
d) $\frac{x^3 - x^2 + 2x - 5}{x^2 - 3}$

Lösungen:

1. a) $x^2 + 3$ b) $2x^3 - 5x^2 + 10x - 15$
c) $0,5x^2 - x - 1$ d) $x^3 - 5x^2 + 20x - 100$
e) $2x^2 - x + 1$
2. a) $a = 6$; $x^2 + 5x - 3$ b) $a = -20$; $x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 8x + 10$
c) $a = 81$; $x^3 + 3x^2 + 9x + 27$ d) $a = -5$; $2x^2 - 2x - 6$

3. a) $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0; 2\}$
b) $f(x) = \frac{x+3}{x} = 1 + \frac{3}{x}$ mit $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0; 2\}$

c)



Hinweis:

Der Graph hat an der Stelle $x_1 = 2$ ein „Loch“, d.h. der Punkt $P(2 / 2,5)$ fehlt beim Graphen.

4. $x_1 = 2$ ist keine Nullstelle von $f(x) = x^3 - x^2 - 2x + 1$, deshalb geht die Division nicht auf!

5. a) $2x^2 - 3x + 6 - \frac{5}{x+1}$
b) $x^2 + 2 + \frac{3-2x}{x^2-1}$
c) $x^3 - 5x^2 + 25x - 127 + \frac{635}{x+5}$
d) $x - 1 + \frac{5x-8}{x^2-3}$