Aufgaben zu den verschiedenen Integrationsverfahren

Ermitteln Sie die folgenden unbestimmten und bestimmten Integrale. Verwenden Sie gegebenenfalls partielle Integration, Integration mit Hilfe Substitution, Polynomdivision und/oder Partialbruchzerlegung.

a) $\int x^2 \ln x \, dx$ b) $\int \frac{x^3}{5x^4+1} \, dx$ c) $\int_0^4 e^{\sqrt{x}} \, dx$

d) $\int \frac{5}{x^2 - x} \, dx$ e) $\int \frac{1}{1+e^x} \, dx$ f) $\int e^{-2x+1} \, dx$

g) $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{5x}{4 - x^2} \, dx$ h) $\int_2^4 \sqrt{3x-4} \, dx$ i) $\int \frac{2x^2+x+4}{x^2+2} \, dx$

j) $\int_1^{\sqrt{e}} (\ln x)^2 \, dx$ k) $\int_0^{\ln 5} \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x+1}} \, dx$ l) $\int_0^{\ln 3} e^{2x} \sqrt{e^{2x}-1} \, dx$

Und zum Schluss noch drei sehr schwere Aufgaben!

m) $\int \frac{1}{\sqrt{\sqrt{x}+1}} \, dx$ n) $\int \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}} \, dx$ o) $\int \frac{e^{x+1}}{e^{2x} + e^x - 2} \, dx$

G.R.

Aufgaben zu den verschiedenen Integrationsverfahren

Lösungen:

a) $\frac{x^3}{3}\cdot\left(\ln x-\frac{1}{3}\right)+c$

b) $\frac{1}{20}\cdot\ln\left(5x^4+1\right)+c$

c) $\left[\,2e^{\sqrt{x}}\left(\sqrt{x}-1\right)\right]_0^4=2\left(e^2+1\right)$

d) $5\cdot\ln\left|\frac{x-1}{x}\right|+c$

e) $\ln\left(\frac{e^x}{1+e^x}\right)+c$

f) $-\frac{1}{2}\,e^{-2x+1}+c$

g) $\left[-2{,}5\,\ln\left|4-x^2\right|\right]_0^{\sqrt{3}}=5\,\ln 2$

h) $\left[\frac{2}{9}\left(3x-4\right)^{\frac{3}{2}}\right]_2^4=\frac{28}{9}\sqrt{2}$

i) $2x+\frac{1}{2}\ln\left(x^2+2\right)+c$

j) $\left[x(\ln x)^2-2x\ln x+2x\right]_1^{\sqrt{e}}=\frac{5\sqrt{e}-8}{4}$

k) $\left[\frac{2}{3}\sqrt{e^x+1}\cdot\left(e^x-2\right)\right]_0^{\ln 5}=2\sqrt{6}+\frac{2}{3}\sqrt{2}$

l) $\left[\frac{1}{3}\left(e^{2x}-1\right)^{\frac{3}{2}}\right]_0^{\ln 3}=\frac{16\sqrt{2}}{3}$

m) $\frac{4}{3}\sqrt{\sqrt{x}+1}\cdot\left(\sqrt{x}-2\right)+c$

n) $2\sqrt{x}-3\sqrt[3]{x}+6\sqrt[6]{x}-6\ln\left(\sqrt[6]{x}+1\right)+c$ (Substitution mit $z=\sqrt[6]{x}$)

o) $\frac{e}{3}\ln\left|\frac{e^x-1}{e^x+2}\right|+c$

G.R.