

Klausur im LK Mathematik, K13 Analytische Geometrie & Stochastik

1. Gegeben sind im \mathbb{R}^3 die Ebene $E : 3x_1 - 4x_3 + 9 = 0$ und die Gerade g

$$g : \vec{X} = \vec{A} + \sigma \begin{pmatrix} -59 \\ 60 \\ 37 \end{pmatrix} \quad \text{mit } A(40/2/-49)$$

- a) Bestimmen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes S von E und g . (Ergebnis: $S(-19/62/-12)$).
- b) Bestimmen Sie eine Gleichung der senkrechten Projektion h von g auf E .

(Teilergebnis: Möglicher Richtungsvektor von h : $\begin{pmatrix} -4 \\ 12 \\ -3 \end{pmatrix}$)

Zeigen Sie, dass sich h und g unter dem Winkel $\alpha = 45^\circ$ schneiden.

- c) Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes B auf der Geraden h so, dass das $\triangle SBA$ gleichschenkelig mit der Spitze bei A ist.

Fertigen Sie dazu zunächst eine saubere Skizze an, die E , g , h , A , S und B enthält.

- d) Geben Sie die Innenwinkel im $\triangle SBA$ an und ermitteln Sie den Flächeninhalt dieses Dreiecks.

- e) Bestimmen Sie die Koordinaten eines Punktes P in der Ebene E so, dass die Pyramide $SBAP$ das Volumen $V = \frac{65^3}{3}$ besitzt.

2. Gegeben sind im \mathbb{R}^3 die Punkte $A(-1/0/1)$, $B(-1/-2/0)$ und $C(3/1/2)$ und die Ebene $E_1 : 2x_1 - 3x_2 + 6x_3 + 7 = 0$.

- a) Die Punkte A , B und C legen die Ebene E_2 fest. Geben Sie E_2 in Normalenform an. (Ergebnis: $x_1 + 4x_2 - 8x_3 + 9 = 0$)

- b) Bestimmen Sie eine Gleichung der Schnittgeraden g von E_1 und E_2 .

Unter welchem Winkel φ schneiden sich E_1 und E_2 ?

- c) Die Ebenen E_1 und E_2 zerlegen den \mathbb{R}^3 in 4 Teilräume.

Wo liegen alle Mittelpunkte der Kugeln mit dem Radius $r = 3$, die die beiden Ebenen E_1 und E_2 berühren und im gleichen Teilraum wie der Ursprung liegen?

3. In wenigen Überraschungseiern befinden sich wertvolle Figuren. Im Schnitt kann man bei 25 Überraschungseiern mit genau einer dieser Figuren rechnen.

- a) Bestimmen Sie näherungsweise die Wahrscheinlichkeit dafür, dass in einer Lieferung mit 500 Überraschungseiern nur genau 15 Figuren enthalten sind.

Verwenden Sie die Poisson-Näherung.

- b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit beträgt bei einer Lieferung von 500 Überraschungseiern die Anzahl der Figuren mehr als 14 und weniger als 23?

Verwenden Sie die Normalverteilung.

- c) Wie viele Überraschungseier müsste Matthias kaufen, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 90% die relative Häufigkeit für einen "Figurentreffer" von der bekannten Trefferwahrscheinlichkeit von $\frac{1}{25}$ um höchstens 0,02 abweicht?

(Näherung mit der Normalverteilung!)