

Mathematik * Jahrgangsstufe 8 * Wichtige Regeln beim Rechnen mit Brüchen

Erweitern von Brüchen: Ein Bruch ändert seinen Wert nicht, wenn man Zähler und Nenner mit der gleichen Zahl multipliziert. $\frac{z}{n} = \frac{z \cdot a}{n \cdot a}$ z.B. $\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{15}{20}$

Kürzen von Brüchen: Dementsprechend kann man einen gemeinsamen Faktor von Zähler und Nenner „kürzen“. $\frac{z}{n} = \frac{z : a}{n : a}$ z.B. $\frac{28}{35} = \frac{28 : 7}{35 : 7} = \frac{4}{5}$ oder $\frac{28}{35} = \frac{4 \cdot 7}{5 \cdot 7} = \frac{4}{5}$

Addition bzw. Subtraktion von Brüchen:

Zum Addieren bzw. Subtrahieren von Brüchen muss man diese auf einen gemeinsamen Nenner (Hauptnenner) erweitern.

Beispiele:
$$\frac{7}{8} + \frac{5}{12} = \frac{7 \cdot 3}{8 \cdot 3} + \frac{5 \cdot 2}{12 \cdot 2} = \frac{21}{24} + \frac{10}{24} = \frac{31}{24}$$
$$\frac{3}{8} - \frac{5}{12} = \frac{3 \cdot 3}{8 \cdot 3} - \frac{5 \cdot 2}{12 \cdot 2} = \frac{9}{24} - \frac{10}{24} = -\frac{1}{24}$$

Multiplikation von Brüchen:

Kein Erweitern erforderlich! Die Zähler und die Nenner werden einfach multipliziert. Prüfe vor dem Multiplizieren, ob du kürzen kannst!

Beispiele:
$$\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{8} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 8} = \frac{15}{32}$$
$$\frac{3}{4} \cdot \frac{14}{15} = \frac{3 \cdot 14}{4 \cdot 15} = \frac{\cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot 7}{\cancel{2} \cdot 2 \cdot \cancel{3} \cdot 5} = \frac{7}{2 \cdot 5} = \frac{7}{10}$$

Division von Brüchen:

Man dividiert durch einen Bruch indem man mit dem Kehrwert dieses Bruchs multipliziert. Prüfe auch hier rechtzeitig, ob du kürzen kannst!

Beispiel:
$$\frac{3}{4} : \frac{5}{8} = \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{5} = \frac{3 \cdot 8}{4 \cdot 5} = \frac{3 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{4}}{\cancel{4} \cdot 5} = \frac{6}{5}$$

Gemischte Zahlen:

Unechte Brüche (d.h. der Zähler ist größer als der Nenner) schreibt man meist als so genannte gemischte Zahlen.

Beispiele:
$$\frac{8}{5} = \frac{5+3}{5} = \frac{5}{5} + \frac{3}{5} = 1 + \frac{3}{5} = 1\frac{3}{5}$$
$$\frac{35}{6} = \frac{30+5}{6} = \frac{30}{6} + \frac{5}{6} = 5 + \frac{5}{6} = 5\frac{5}{6}$$

Mit Bruchtermen kann man wie mit Brüchen rechnen.

Erweitern:
$$\frac{3x}{x+1} = \frac{3x \cdot x}{(x+1) \cdot x} = \frac{3x^2}{x^2+x} \quad \frac{x+2}{x-3} = \frac{(x+2) \cdot 5}{(x-3) \cdot 5} = \frac{5x+10}{5x-15}$$

Kürzen:
$$\frac{x^2+2x}{3x^2-5x} = \frac{\cancel{x} \cdot (x+2)}{\cancel{x} \cdot (3x-5)} = \frac{x+2}{3x-5}$$

Addition:
$$\frac{5}{x} + \frac{3}{x+2} = \frac{5 \cdot (x+2)}{x \cdot (x+2)} + \frac{3 \cdot x}{(x+2) \cdot x} = \frac{5 \cdot (x+2) + 3 \cdot x}{x \cdot (x+2)} = \frac{5x+10+6x}{x \cdot (x+2)} = \frac{11x+10}{x \cdot (x+2)}$$

Beachte: Den Nenner multipliziert man nicht aus!

Multiplikation:
$$\frac{x+1}{x-1} \cdot \frac{2x}{x+2} = \frac{(x+1) \cdot 2x}{(x-1) \cdot (x+2)} = \frac{2x^2+2x}{(x-1) \cdot (x+2)}$$

Division:
$$\frac{3x+1}{x+1} : \frac{x}{2x+2} = \frac{3x+1}{x+1} \cdot \frac{2x+2}{x} = \frac{(3x+1) \cdot 2 \cdot (x+1)}{(x+1) \cdot x} = \frac{(3x+1) \cdot 2}{x} = \frac{6x+2}{x}$$

Beachte weiterhin:

Aus Differenzen und Summen kürzen nur die Dummen.