

Mathematik * Jahrgangsstufe 8 * Rechnen mit Bruchtermen

1. Erweitere auf den in Klammern angegeben Nenner!

$$\text{Beispiel: } \frac{3x-1}{x+2} \left[3x^2 + 6x \right] = \frac{3x-1}{x+2} \cdot \frac{(3x-1) \cdot 3x}{(x+2) \cdot 3x} = \frac{9x^2 - 3x}{3x^2 + 6x}$$

a) $\frac{1}{x-2} \left[6x^2 - 12x \right]$

b) $\frac{2x-3}{2-3x} \left[6x^2 - 4x \right]$

c) $\frac{1-2x}{4x} \left[6x^3 \right]$

d) $\frac{5x}{x-2} \left[-2x^2y + x^2y \right]$

2. Kürze möglichst weitgehend!

$$\text{Beispiel: } \frac{3x^2y - 6xy}{9xy^2 + 18x^2y} = \frac{3xy(x-2)}{3xy(3y+6x)} = \frac{x-2}{3y+6x}$$

a) $\frac{15xy - 6x}{9x^2}$

b) $\frac{6x(2x-8)}{6xy-24y}$

c) $\frac{5a^2b^2 - 10ab^3}{10ab^2 - 5a^2b^2}$

d) $\frac{6a^2 - 3ab}{6b^2 - 12ab}$

3. Addiere bzw. subtrahiere!

$$\text{Beispiel: } \frac{2}{x+1} + \frac{3+x}{2x} = \frac{2 \cdot 2x}{(x+1) \cdot 2x} + \frac{(3+x) \cdot (x+1)}{2x \cdot (x+1)} = \frac{2 \cdot 2x + (3+x) \cdot (x+1)}{(x+1) \cdot 2x} = \\ \frac{4x + 3x + 3 + x^2 + x}{(x+1) \cdot 2x} = \frac{8x + 3 + x^2}{(x+1) \cdot 2x} = \frac{x^2 + 8x + 3}{(x+1) \cdot 2x}$$

a) $\frac{5+x}{x} + \frac{3-x}{x+2} =$

b) $\frac{3}{2x} - \frac{3+x}{5x} =$

c) $\frac{x}{x-1} + \frac{1-x}{x+2} =$

d) $\frac{1+x}{4x} - \frac{1+x}{x+2} =$

e) $\frac{x}{x+5} + \frac{5-x}{x} =$

f) $\frac{3x}{2x-1} + \frac{1+x}{2x} =$

g) $\frac{3+2x}{4x} - \frac{1-x}{2x+2} =$

h) $\frac{1+x}{4x} - \frac{1+x}{3x} + \frac{1+x}{2x} =$

4. Vereinfache möglichst weitgehend!

$$\text{Beispiel: } \frac{2-x}{x^2} \cdot \frac{x^2 + x}{4y - 2xy} = \frac{(2-x) \cdot (x^2 + x)}{x^2 \cdot (4y - 2xy)} = \frac{(2-x) \cdot x \cdot (x+1)}{x \cdot x \cdot 2y \cdot (2-x)} = \frac{x+1}{x \cdot 2y} = \frac{x+1}{2xy}$$

a) $\frac{x+1}{3x} \cdot \frac{6x^2}{2xy+2y}$

b) $\frac{2x-4}{3x} \cdot \frac{6x^2+9x}{4y-2xy}$

c) $\frac{5+10x}{x-2} : \frac{2x+1}{4xy-8y}$

d) $\frac{6x}{x^2+2x} : \frac{3xy+6x^2}{2y+xy}$

Mathematik * Jahrgangsstufe 8 * Rechnen mit Bruchtermen * Lösungen

1. a) $\frac{1}{x-2} = \frac{1 \cdot 6x}{(x-2) \cdot 6x} = \frac{6x}{6x^2 - 12x}$ b) $\frac{2x-3}{2-3x} = \frac{(2x-3) \cdot (-2x)}{(2-3x) \cdot (-2x)} = \frac{6x - 4x^2}{6x^2 - 4x}$

c) $\frac{1-2x}{4x} = \frac{(1-2x) \cdot 1,5x^2}{4x \cdot 1,5x^2} = \frac{1,5x^2 - 3x^3}{6x^3}$ d) $\frac{5x}{x-2} \left[-2x^2y + x^2y \right]$ nicht möglich!

2. a) $\frac{15xy - 6x}{9x^2} = \frac{3 \cdot x \cdot (5y - 2)}{3 \cdot 3 \cdot x \cdot x} = \frac{5y - 2}{3x}$ b) $\frac{6x(2x-8)}{6xy - 24y} = \frac{6 \cdot x \cdot 2 \cdot (x-4)}{6 \cdot y \cdot (x-4)} = \frac{2x}{y}$

c) $\frac{5a^2b^2 - 10ab^3}{10ab^2 - 5a^2b^2} = \frac{5ab^2 \cdot (a-2b)}{5ab^2 \cdot (2-a)} = \frac{a-2b}{2-a}$ d) $\frac{6a^2 - 3ab}{6b^2 - 12ab} = \frac{3a \cdot (2a-b)}{-3 \cdot 2 \cdot b \cdot (2a-b)} = -\frac{a}{2b}$

3. a) $\frac{5+x}{x} + \frac{3-x}{x+2} = \frac{(5+x) \cdot (x+2)}{x \cdot (x+2)} + \frac{(3-x) \cdot x}{(x+2) \cdot x} = \frac{5x+10+x^2+2x+3x-x^2}{x \cdot (x+2)} = \frac{10x+10}{x \cdot (x+2)}$

b) $\frac{3}{2x} - \frac{3+x}{5x} = \frac{3 \cdot 5}{2x \cdot 5} - \frac{(3+x) \cdot 2}{5x \cdot 2} = \frac{15 - (6+2x)}{10x} = \frac{9-2x}{10x}$

c) $\frac{x}{x-1} + \frac{1-x}{x+2} = \frac{x \cdot (x+2)}{(x-1) \cdot (x+2)} + \frac{(1-x) \cdot (x-1)}{(x+2) \cdot (x-1)} = \frac{x^2 + 2x + x-1 - x^2 + x}{(x-1)(x+2)} = \frac{4x-1}{(x-1)(x+2)}$

d) $\frac{1+x}{4x} - \frac{1+x}{x+2} = \frac{(1+x) \cdot (x+2)}{4x \cdot (x+2)} - \frac{(1+x) \cdot 4x}{(x+2) \cdot 4x} = \frac{x+2+x^2+2x-(4x+4x^2)}{4x \cdot (x+2)} = \frac{2-x-3x^2}{4x \cdot (x+2)}$

e) $\frac{x}{x+5} + \frac{5-x}{x} = \frac{x \cdot x}{(x+5) \cdot x} + \frac{(5-x) \cdot (x+5)}{x \cdot (x+5)} = \frac{x^2 + 5x + 25 - x^2 - 5x}{x \cdot (x+5)} = \frac{25}{x \cdot (x+5)}$

f) $\frac{3x}{2x-1} + \frac{1+x}{2x} = \frac{3x \cdot 2x}{(2x-1) \cdot 2x} + \frac{(1+x) \cdot (2x-1)}{2x \cdot (2x-1)} = \frac{6x^2 + 2x - 1 + 2x^2 - x}{2x \cdot (2x-1)} = \frac{8x^2 + x - 1}{2x \cdot (2x-1)}$

g) $\frac{3+2x}{4x} - \frac{1-x}{2x+2} = \frac{(3+2x) \cdot (x+1)}{4x \cdot (x+1)} - \frac{(1-x) \cdot 2x}{2(x+1) \cdot 2x} = \frac{3x+3+2x^2+2x-(2x-2x^2)}{4x \cdot (x+1)} = \frac{3x+3+4x^2}{4x \cdot (x+1)}$

h) $\frac{1+x}{4x} - \frac{1+x}{3x} + \frac{1+x}{2x} = \frac{(1+x) \cdot 3}{4x \cdot 3} - \frac{(1+x) \cdot 4}{3x \cdot 4} + \frac{(1+x) \cdot 6}{2x \cdot 6} = \frac{3+3x-(4+4x)+6+6x}{12x} = \frac{5+5x}{12x}$

4. a) $\frac{x+1}{3x} \cdot \frac{6x^2}{2xy+2y} = \frac{(x+1) \cdot 2 \cdot 3 \cdot x \cdot x}{3 \cdot x \cdot 2 \cdot y \cdot (x+1)} = \frac{x}{y}$

b) $\frac{2x-4}{3x} \cdot \frac{6x^2+9x}{4y-2xy} = \frac{2 \cdot (x-2) \cdot 3x \cdot (2x+3)}{3x \cdot 2 \cdot y \cdot (2-x)} = \frac{(x-2) \cdot (2x+3)}{-y \cdot (x-2)} = -\frac{2x+3}{y}$

c) $\frac{5+10x}{x-2} : \frac{2x+1}{4xy-8y} = \frac{5 \cdot (1+2x)}{(x-2)} \cdot \frac{4y(x-2)}{(2x+1)} = \frac{5 \cdot 4y}{1} = 20y$

d) $\frac{6x}{x^2+2x} : \frac{3xy+6x^2}{2y+xy} = \frac{3x \cdot 2}{x \cdot (x+2)} \cdot \frac{y \cdot (2+x)}{3x \cdot (y+2x)} = \frac{2y}{x \cdot (y+2x)}$