1. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9b * 16.11.2009 * Gruppe A

1. Bestimme die maximale Definitionsmenge des Terms.

   a) $\sqrt{3+2x}$ b) $\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$

2. Vereinfache so weit wie möglich.

   a) $\dfrac{15}{3+\sqrt{14}}$

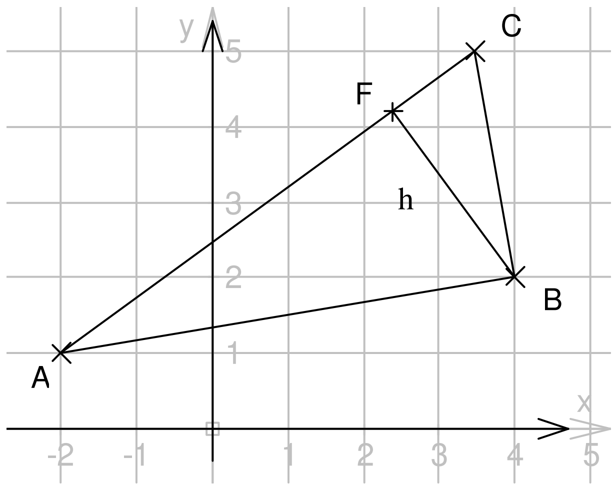
   b) $\sqrt{2a}\cdot\left(\sqrt{3a}-\sqrt{6}\right)-\sqrt{3}\cdot\left(\sqrt{15}-\sqrt{a}\right)+\sqrt{6}\cdot\left(2a+\sqrt{30}\right)$

3. Gegeben sind die Punkte A(-2/1), B(4/2) und C(3,5/5) (siehe Bild).

   a) Berechne im Dreieck ABC die Seitenlängen $b=\overline{AC}$ und $c=\overline{AB}$

   b) Peter behauptet, dass das Dreieck ABC bei B rechtwinklig ist. Beweise Peters Behauptung mit Hilfe einer Rechnung.

   c) Berechne die Länge der Höhe $h=\overline{BF}$ im Dreieck ABC.

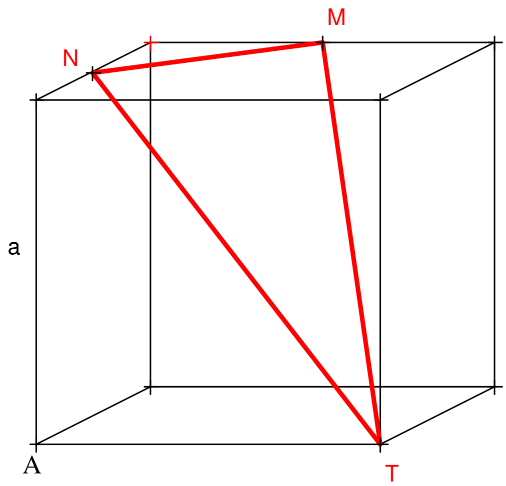


4. Im Würfel der Kantenlänge a halbieren die Punkte M und N jeweils die Kanten.

   a) Bestimme den Umfang des Dreiecks MNT in Vielfachen von a.

      (Ergebnis: $u=\left(3+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)\cdot a$)

   b) Berechne den Umfang des Dreiecks MNT auf Millimeter gerundet, wenn gilt a = 12,0cm.



Gutes Gelingen! G.R.

Aufgabe	1a	b	2a	b	3a	b	c	4a	b	Summe
Punkte	2	3	4	5	4	4	4	6	2	34

1. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9b * 16.11.2009 * Lösung A

1. a) $\sqrt{3+2x}$; $3+2x \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -1{,}5$ also $D = [-1{,}5\,;\infty[$

b) $\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$; Zähler: $x \geq 0$ und Nenner: $x \geq 0$ und $\sqrt{x} \neq 2$

also $x \geq 0$ und $x \geq 0$ und $x \neq 4$; damit $D = [0\,;\infty[\,\setminus\{4\}$

2. a) $$\frac{15}{3+\sqrt{14}} = \frac{15\cdot(\sqrt{14}-3)}{(3+\sqrt{14})\cdot(\sqrt{14}-3)} = \frac{15\cdot(\sqrt{14}-3)}{14-9} = \frac{5\cdot 3\cdot(\sqrt{14}-3)}{5} = 3\cdot(\sqrt{14}-3)$$

b) $$\sqrt{2a}\cdot\left(\sqrt{3a}-\sqrt{6}\right)-\sqrt{3}\cdot\left(\sqrt{15}-\sqrt{a}\right)+\sqrt{6}\cdot\left(2a+\sqrt{30}\right) =$$

$$= \sqrt{6a^2}-\sqrt{12a}-\sqrt{45}+\sqrt{3a}+2\sqrt{6}\,a+\sqrt{6\cdot 6\cdot 5} =$$

$$= \sqrt{6}\,a-2\sqrt{3a}-3\sqrt{5}+\sqrt{3a}+2\sqrt{6}\,a+6\sqrt{5} = 3\sqrt{6}\,a-\sqrt{3a}+3\sqrt{5}$$

3. a) $$\overline{AC} = \sqrt{(3{,}5+2)^2+(5-1)^2} = \sqrt{46{,}25} = 0{,}5\cdot\sqrt{185}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(4+2)^2+(2-1)^2} = \sqrt{36+1} = \sqrt{37}$$

b) $$\overline{BC} = \sqrt{(4{,}5-4)^2+(5-2)^2} = \sqrt{9{,}25} = 0{,}5\cdot\sqrt{37}$$

$\overline{AB}^{\,2}+\overline{BC}^{\,2} = 37+9{,}25 = 46{,}25 = \overline{AC}^{\,2}$, d.h. ΔABC ist bei B rechtwinklig.

c) $$F_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}\cdot\overline{AB}\cdot\overline{BC} = 0{,}5\cdot\sqrt{37}\cdot 0{,}5\cdot\sqrt{37} = \frac{37}{4} = 9{,}25$$

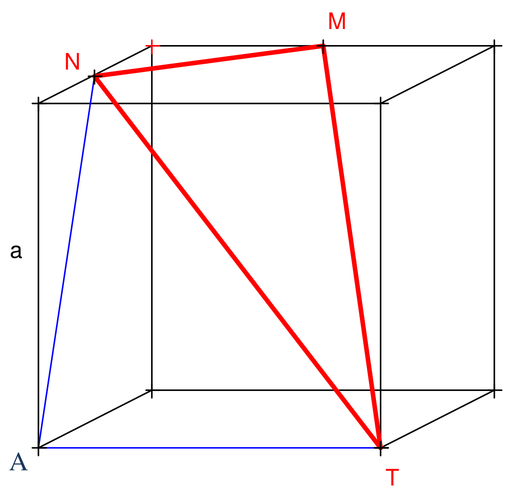
$$F_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}\cdot\overline{AC}\cdot h \;\Rightarrow\; 9{,}25 = \frac{1}{2}\cdot 0{,}5\cdot\sqrt{185}\cdot h \;\Rightarrow\; h = \frac{9{,}25\cdot 2}{0{,}5\cdot\sqrt{185}} = \frac{37\cdot\sqrt{185}}{185} = \frac{\sqrt{185}}{5}$$

4. a) $$\overline{MN}^{\,2} = \left(\frac{a}{2}\right)^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{2} \;\Rightarrow\; \overline{MN} = \frac{1}{2}\sqrt{2}\,a$$

$$\overline{AN}^{\,2} = \left(\frac{a}{2}\right)^2+a^2 = \frac{5a^2}{4} \;\Rightarrow\; \overline{AN} = \frac{1}{2}\sqrt{5}\,a$$

$$\overline{NT}^{\,2} = \overline{AN}^{\,2}+a^2 = \frac{9a^2}{4} \;\Rightarrow\; \overline{NT} = \frac{3}{2}\,a$$

$$u = \overline{MN}+2\cdot\overline{NT} = \frac{1}{2}\sqrt{2}\,a+2\cdot\frac{3}{2}a = \left(3+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)a$$



b) $$\left(3+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\cdot 12{,}0\,\text{cm} = 44{,}485...\,\text{cm} \approx 44{,}5\,\text{cm}$$