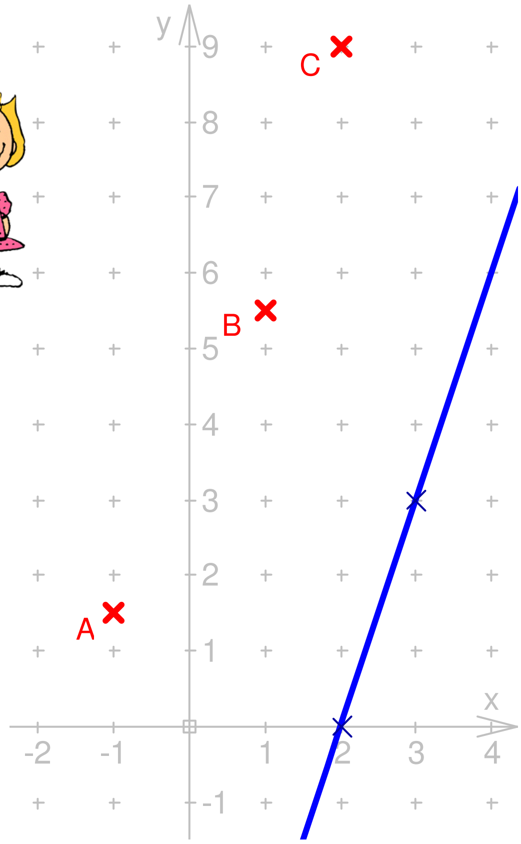
Mathematik * Jahrgangsstufe 9 * Berührpunkte

1. Gegeben sind die Punkte A(-1/1,5), B(1/5,5) und C(2/9) sowie die Gerade g.



a) Bestimme die Gleichung der Geraden g.

b) Berechne die Funktionsgleichung der Parabel, die durch die Punkte A, B und C geht.
[Ergebnis: $f(x) = 0,5x^2 + 2x + 3$]

c) Gesucht ist die zu g Parallele p, die die Parabel aus b) berührt.
Bestimme mit geeigneter Rechnung die Gleichung dieser Parallelen.
[Ergebnis: $p(x) = 3x + 2,5$]

d) Bestimme die Koordinaten des Berührpunktes P.

e) Trage die Parallele p und den Punkt P und die Parabel in das Bild ein.

2. Gegeben sind eine quadratische Funktion f mit $f(x) = -2(x-1)^2 + 3$ und zwei Geraden g_1 und g_2 mit den Funktionsgleichungen $y = -4x + t$ bzw. $y = mx + 1$

Die beiden Geraden sollen die Parabel berühren.

a) Bestimme t bzw. m und berechne jeweils auch die Berührpunkte.

b) Zeichne die Graphen der Parabel und der beiden Geraden in ein Koordinatensystem.
Berechne nun auch noch den Schnittpunkt der beiden Geraden.

Mathematik * Jahrgangsstufe 9 * Berührpunkte * Ergebnisse

1. a) $g(x) = 3x - 6$

b) Mit $f(x) = ax^2 + bx + c$ folgt aus dem linearen Gleichungssystem

(1) $1{,}5 = a - b + c$

(2) $5{,}5 = a + b + c$

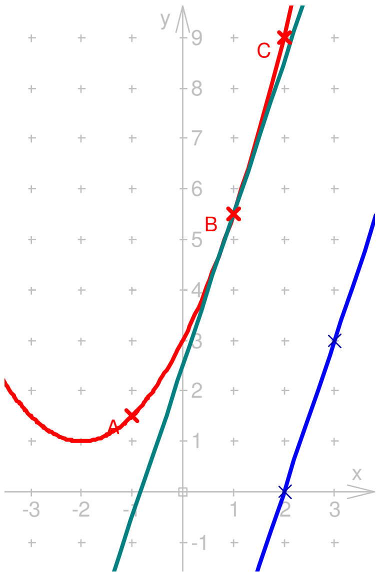
(3) $9 = 4a + 2b + c$

$a = 0{,}5$ und $b = 2$ und $c = 3$ also $f(x) = 0{,}5x^2 + 2x + 3$

c) Ansatz $p(x) = 3x + t$

Die quadratische Gleichung $f(x) = p(x)$ soll genau eine Lösung haben, d.h. die zugehörige Diskriminante D muss 0 sein.

Daraus ergibt sich $t = 2{,}5$ und damit $p(x) = 3x + 2{,}5$



d) Die quadratische Gleichung $f(x) = p(x)$ liefert den x-Wert des Berührpunktes. Es zeigt sich, dass $P = B$ gilt.

e) Zum Zeichnen der Parabel wandelt man f(x) in die Scheitelform um:

$$f(x) = 0{,}5x^2 + 2x + 3 = 0{,}5(x+2)^2 + 1$$

Der Scheitel der Parabel liegt also bei S(-2/1).

2. a) $f(x) = -2x^2 + 4x + 1$ und $f(x) \overset{!}{=} -4x + t$ hat genau dann exakt eine Lösung, falls für $0 = 2x^2 - 8x + t - 1$ die Diskriminante D den Wert 0 hat.

Also $64 - 4 \cdot 2 \cdot (t-1) \overset{!}{=} 0 \Leftrightarrow t = 9$

$-2x^2 + 4x + 1 \overset{!}{=} -4x + 9$ liefert $x_1 = 2$ also $B_1 = (2 / 1)$

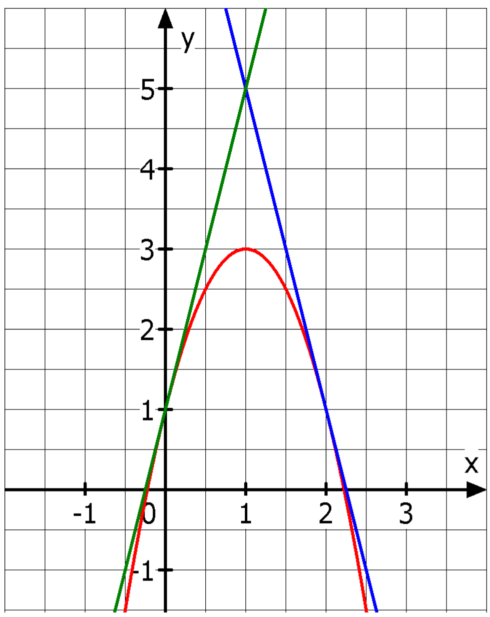
Entsprechend soll $-2x^2 + 4x + 1 \overset{!}{=} mx + 1$ genau eine Lösung haben, d.h. für

$0 \overset{!}{=} 2x^2 + (m-4)x + 0$ muss ebenfalls $D = 0$ gelten.

Also $(m-4)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 0 \overset{!}{=} 0 \Leftrightarrow m = 4$

$-2x^2 + 4x + 1 \overset{!}{=} 4x + 1$ liefert $x_1 = 0$

also $B_2 = (0 / 1)$



b) Schnittpunkt der beiden Geraden:

$-4x + 9 \overset{!}{=} 4x + 1 \Leftrightarrow 8 = 8x \Leftrightarrow x = 1$

also $S = (1 / 5)$