2. Extemporale aus der Mathematik, Kl. 9d, 25.01.2005, Gruppe A

1. Für welche Werte von k hat die Gleichung genau eine Lösung?
   $x^2 + k \;=\; k \cdot x - 2$

2. Der Flächeninhalt eines Rechtecks beträgt 1120 cm ^{2} und die Länge des Rechtecks ist um 3 cm größer als die Breite.
   Berechne den Umfang dieses Rechtecks!
   Beachte bei der Rechnung die Einheiten!

Gutes Gelingen! G.R.

2. Extemporale aus der Mathematik, Kl. 9d, 25.01.2005, Gruppe B

1. Für welche Werte von k hat die Gleichung genau eine Lösung?
   $x^2 + k \;=\; k \cdot x - 1$

2. Der Flächeninhalt eines Rechtecks beträgt 1008 cm ^{2} und die Länge des Rechtecks ist um 8 cm größer als die Breite.
   Berechne den Umfang dieses Rechtecks!
   Beachte bei der Rechnung die Einheiten!

Gutes Gelingen! G.R.

Lösung: Gruppe A

1. $x^2 + k = k \cdot x - 2 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 - k \cdot x + (k+2) = 0 \quad \textit{hat genau eine Lösung} \quad \Leftrightarrow$

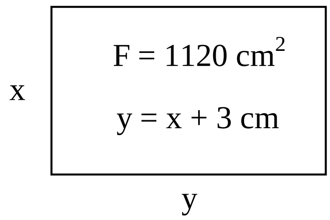
$D = 0 \quad mit \quad D = (-k)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (k+2) = k^2 - 4 \cdot k - 8 \quad \Leftrightarrow$

$k^2 - 4k - 8 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad k_{1/2} = \frac{1}{2} \cdot \left(4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8)}\right) = \frac{1}{2} \cdot (4 \pm \sqrt{48})$

$k_{1/2} = \frac{1}{2} \cdot (4 \pm \sqrt{48}) = \frac{1}{2} \cdot (4 \pm 4\sqrt{3}) = 2 \pm 2\sqrt{3}$

Für $k_1 = 2 + 2\sqrt{3}$ oder $k_2 = 2 - 2\sqrt{3}$ hat die Gleichung also genau eine Lösung.

2. $(1) \quad y = x + 3cm \quad ; \quad (2) \quad x \cdot y = 1120\,cm^2$



(1) in (2) eingesetzt liefert:

$x \cdot (x + 3cm) = 1120\,cm^2 \quad \Leftrightarrow$

$x^2 + 3cm \cdot x - 1120\,cm^2 = 0 \quad \Leftrightarrow$

$x_{1/2} = \frac{1}{2} \cdot \left(-3cm \pm \sqrt{9cm^2 - 4 \cdot (-1120\,cm^2)}\right) = \frac{1}{2} \cdot (-3cm \pm 67\,cm)$

Nur die positive Lösung ist sinnvoll, also

$x = 32\,cm \; ; \; y = 32\,cm + 3cm = 35\,cm \quad und \quad u = 2 \cdot (x + y) = 2 \cdot (32cm + 35cm) = 134\,cm$

Das Rechteck hat also den Umfang 134 cm.

Lösung: Gruppe B

1. $x^2 + k = k \cdot x - 1 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 - k \cdot x + (k+1) = 0 \quad \textit{hat genau eine Lösung} \quad \Leftrightarrow$

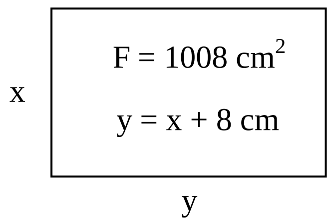
$D = 0 \quad mit \quad D = (-k)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (k+1) = k^2 - 4 \cdot k - 4 \quad \Leftrightarrow$

$k^2 - 4k - 4 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad k_{1/2} = \frac{1}{2} \cdot \left(4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4)}\right) = \frac{1}{2} \cdot (4 \pm \sqrt{32})$

$k_{1/2} = \frac{1}{2} \cdot (4 \pm \sqrt{32}) = \frac{1}{2} \cdot (4 \pm 4\sqrt{2}) = 2 \pm 2\sqrt{2}$

Für $k_1 = 2 + 2\sqrt{2}$ oder $k_2 = 2 - 2\sqrt{2}$ hat die Gleichung also genau eine Lösung.

2. $(1) \quad y = x + 8cm \quad ; \quad (2) \quad x \cdot y = 1008\,cm^2$



(1) in (2) eingesetzt liefert:

$x \cdot (x + 8cm) = 1008\,cm^2 \quad \Leftrightarrow$

$x^2 + 8cm \cdot x - 1008\,cm^2 = 0 \quad \Leftrightarrow$

$x_{1/2} = \frac{1}{2} \cdot \left(-8cm \pm \sqrt{64cm^2 - 4 \cdot (-1008\,cm^2)}\right) = \frac{1}{2} \cdot (-8cm \pm 64\,cm)$

Nur die positive Lösung ist sinnvoll, also

$x = 28cm \; ; \; y = 28\,cm + 8\,cm = 36\,cm \quad und \quad u = 2 \cdot (x + y) = 2 \cdot (28cm + 36cm) = 128\,cm$

Das Rechteck hat also den Umfang 128 cm.