

## Aufgaben zur Vorbereitung auf die Schulaufgabe für die Klasse 9d

1. Bestimme die Lösungsmenge!

a)  $2x^4 - 7x^2 = -5$

b)  $8x - 10 = \frac{1}{x-1}$

c)  $2x^2 - 5x = 1 - 3 \cdot (1 + 2x)$

d)  $\frac{5}{x-1} + 3 = \frac{24}{x}$

2. Für welchen Wert von k hat die Gleichung genau eine Lösung?

a)  $2x^2 + kx + 3(k+1) = 2k - x$

b)  $\frac{x+1}{k} + 1 = \frac{k+1}{x}$

3. Bestimme – falls möglich - einen Wert für k so, dass die Gleichung keine Lösung hat.

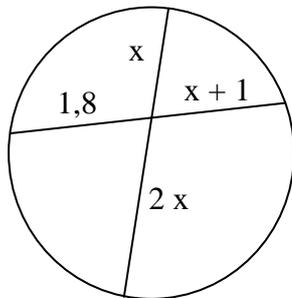
a)  $kx^2 - x = k - 2$

b)  $0,5x^2 - kx + k = 0$

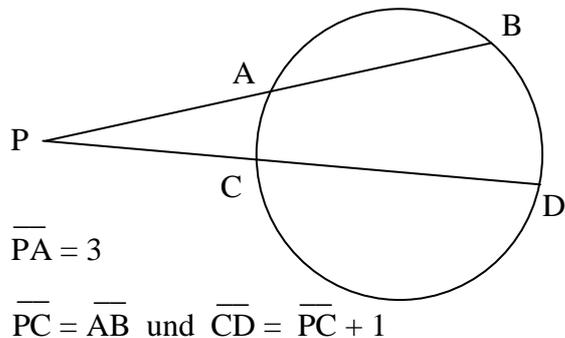
c)  $0,3x^2 - x = k \cdot (x+1)$

d)  $\frac{x}{k} - \frac{k+1}{x} = 3$

4. a) Bestimme x!



b) Bestimme die Länge von [PB]!



5. a) Die Strecke [AB] hat die Länge  $\overline{AB} = 8$ , T teilt [BA] außen im Verhältnis 3 : 2 und S teilt [AB] innen im Verhältnis 1 : 2.

Berechne  $\overline{ST}$ . (Fertige zuerst eine Skizze an!)

b) T teilt eine Strecke [AB] innen im Verhältnis 5 : 7 und  $\overline{TB} = 2,8 \text{ cm}$ .

Berechne  $\overline{TA}$ . (Fertige zuerst eine Skizze an!)

6. Eine zentrische Streckung  $S(Z;m)$  bildet das rechtwinklige Dreieck ABC auf das Dreieck A'B'C' ab. Für die Katheten [BC] und [CA] gilt:  $\overline{BC} = 3$  und  $\overline{CA} = 11$ .

Für die Hypotenuse im Dreieck A'B'C' gilt  $\overline{A'B'} = \sqrt{32,5}$ .

Welche Werte kann m haben?

7. Eine Raute ABCD hat die Seitenlänge  $\overline{AB} = \sqrt{13}$  und die Diagonallänge  $\overline{BD} = 2,4$ . Berechne die zweite Diagonallänge und den Flächeninhalt der Raute.

8. Ein Rechteck hat den Umfang  $U = 21$  und die Diagonallänge  $d = \sqrt{56,93}$ . Berechne die beiden Seitenlängen des Rechtecks und seinen Flächeninhalt!

## Lösungen:

1. a)  $2x^4 - 7x^2 = -5 \Leftrightarrow 2u^2 - 7u + 5 = 0$  mit  $x^2 = u$   
 $u_{1/2} = \frac{1}{4} \cdot (7 \pm 3) \Leftrightarrow u_1 = 2,5 \quad u_2 = 1 \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm \frac{\sqrt{10}}{2}; x_{3/4} = \pm 1$
- b)  $8x - 10 = \frac{1}{x-1} \Leftrightarrow 8x(x-1) - 10(x-1) = 1 \Leftrightarrow 8x^2 - 18x + 9 = 0 \Leftrightarrow$   
 $x_{1/2} = \frac{1}{16}(18 \pm 6) \Leftrightarrow x_1 = 1,5; x_2 = 0,75$
- c)  $2x^2 - 5x = 1 - 3 \cdot (1 + 2x) \Leftrightarrow 2x^2 + x + 2 = 0 \Leftrightarrow L = \{\} \text{ denn } D = 1 - 16 < 0$
- d)  $\frac{5}{x-1} + 3 = \frac{24}{x} \Leftrightarrow 5x + 3x(x-1) = 24(x-1) \Leftrightarrow 3x^2 - 22x + 24 = 0 \Leftrightarrow$   
 $x_{1/2} = \frac{1}{6}(22 \pm \sqrt{196}) = \frac{1}{6}(22 \pm 14) \Leftrightarrow x_1 = 6; x_2 = \frac{4}{3}$
2. a)  $2x^2 + kx + 3(k+1) = 2k - x \Leftrightarrow 2x^2 + (k+1)x + k+3 = 0$  hat genau eine Lösung für  $D = 0$ , wobei  $D = (k+1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (k+3) = k^2 - 6k - 23$  gilt.  
 $k^2 - 6k - 23 = 0 \Leftrightarrow k_{1/2} = \frac{1}{2} \cdot (6 \pm \sqrt{128}) \Leftrightarrow k_{1/2} = 3 \pm 4\sqrt{2}$
- b)  $\frac{x+1}{k} + 1 = \frac{k+1}{x} \Leftrightarrow (x+1) \cdot x + k \cdot x = (k+1) \cdot k \Leftrightarrow x^2 + (1+k)x - k(k+1) = 0$   
genau eine Lösung für  $D = 0$ , mit  $D = (1+k)^2 - 4 \cdot k \cdot (k+1) = (k+1) \cdot (5k+1)$   
 $D = 0 \Leftrightarrow (k+1) \cdot (5k+1) = 0 \Leftrightarrow k_1 = -1; k_2 = -0,2$
3. Es gibt jeweils keine Lösung, falls  $D < 0$  gilt.
- a)  $kx^2 - x = k - 2 \Leftrightarrow kx^2 - x + 2 - k = 0$ ;  $D = 1 - 4 \cdot k \cdot (2 - k) = 4k^2 - 8k + 1$   
Für  $k = 1$  ist  $D = 4 - 8 + 1 < 0$ . Für  $k = 1$  hat die Gleichung keine Lösung!
- b)  $0,5x^2 - kx + k = 0$ ;  $D = k^2 - 2k$ . Für z.B.  $k = 1$  gilt  $D = 1 - 2 < 0$ .
- c)  $0,3x^2 - x = k \cdot (x+1) \Leftrightarrow 0,3x^2 - (k+1)x - k = 0$ ;  $D = k^2 + 3,2k + 1$   
Für z.B.  $k = -1$  gilt  $D = 1 - 3,2 + 1 < 0$ .
- d)  $\frac{x}{k} - \frac{k+1}{x} = 3 \Leftrightarrow x \cdot x - k \cdot (k+1) = 3 \cdot k \cdot x \Leftrightarrow x^2 - 3kx - k \cdot (k+1) = 0$   
 $D = 9k^2 + 4k \cdot (k+1) = 13k^2 + 4k$  Für z.B.  $k = -\frac{1}{4}$  gilt  $D = \frac{13}{16} - 1 < 0$
4. a)  $x \cdot 2x = 1,8 \cdot (x+1) \Leftrightarrow 2x^2 - 1,8x - 1,8 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 0,9x - 0,9 = 0 \Leftrightarrow$   
 $x_{1/2} = \frac{1}{2} \cdot (0,9 \pm \sqrt{4,41}) = \frac{1}{2} \cdot (0,9 \pm 2,1) \Rightarrow x = 1,5$
- b)  $\overline{AB} = x$ ;  $3 \cdot (3+x) = x \cdot (x+x+1) \Leftrightarrow 2x^2 - 2x - 9 = 0 \Leftrightarrow$   
 $x_{1/2} = \frac{1}{4} \cdot (2 \pm \sqrt{4+72}) \Rightarrow x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{19}$  und  $\overline{PB} = x + 3 = \frac{7}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{19}$

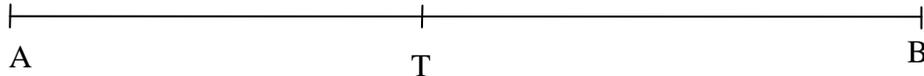
5. a)



$$\overline{BT} : \overline{TA} = 3 : 2 \quad \text{und} \quad \overline{AS} : \overline{SB} = 1 : 2 \Rightarrow \overline{AS} = \frac{1}{3} \overline{AB} \quad \text{und}$$

$$\overline{TA} = \frac{2}{3} \overline{TB} = \frac{2}{3} \cdot (\overline{TA} + \overline{AB}) \Rightarrow \overline{TA} = 2 \cdot \overline{AB} \quad \text{also} \quad \overline{TS} = \overline{TA} + \overline{AS} = 2 \frac{1}{3} \cdot \overline{AB} = 18 \frac{2}{3}$$

b)



$$2,8 \text{ cm} = \overline{TB} = \frac{7}{12} \cdot \overline{AB} \Rightarrow \overline{AB} = \frac{12}{7} \cdot 2,8 \text{ cm} = 4,8 \text{ cm}$$

$$\overline{TA} = \frac{5}{12} \cdot \overline{AB} = \frac{5}{12} \cdot 4,8 \text{ cm} = 2,0 \text{ cm}$$

6.  $\overline{AB} = \sqrt{3^2 + 11^2} = \sqrt{130} \quad \text{und} \quad \overline{A'B'} = |m| \cdot \overline{AB} \Rightarrow$

$$|m| = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\sqrt{32,5}}{\sqrt{130}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} \Rightarrow m_{1/2} = \pm \frac{1}{2}$$

7.  $a = \sqrt{13} ; f = 2,4 ; \text{Pythagoras: } \left(\frac{e}{2}\right)^2 + \left(\frac{f}{2}\right)^2 = a^2 \Rightarrow$

$$\left(\frac{e}{2}\right)^2 = a^2 - \left(\frac{f}{2}\right)^2 = 13 - 1,2^2 = 11,56 \Rightarrow \frac{e}{2} = 3,4 \Rightarrow e = 6,8$$

$$F = 2 \cdot \frac{e}{2} \cdot \frac{f}{2} = 2 \cdot 3,4 \cdot 1,2 = 8,16$$

8. (1)  $2a + 2b = 21 \Rightarrow b = 10,5 - a$

(2)  $a^2 + b^2 = 56,93$

(1) in (2) eingesetzt:  $a^2 + (10,5 - a)^2 = 56,93 \Rightarrow$

$$2a^2 - 21a + 53,32 = 0 \Rightarrow a_{1/2} = \frac{1}{4} \cdot (21 \pm \sqrt{14,44}) = \frac{1}{4} \cdot (21 \pm 3,8)$$

$$a_1 = 6,2 ; a_2 = 4,3 \quad \text{und} \quad b_1 = 4,3 \quad \text{bzw.} \quad b_2 = 6,2$$

Das Rechteck hat also die Seitenlängen 6,2 und 4,3.