

Geometrie * Jahrgangsstufe 10 * Aufgaben zu den Summenformeln

Folgende Formeln wurden im Unterricht hergeleitet:

1. $\sin(a + \beta) = \sin(a) \cdot \cos(\beta) + \sin(\beta) \cdot \cos(a)$
2. $\cos(a + \beta) = \cos(a) \cdot \cos(\beta) - \sin(a) \cdot \sin(\beta)$
3. $\sin(2a) = 2 \sin(a) \cdot \cos(a)$
4. $\cos(2a) = 2(\cos(a))^2 - 1$
5. $(\sin(\frac{a}{2}))^2 = \frac{1}{2} \cdot (1 - \cos(a))$
6. $(\cos(\frac{a}{2}))^2 = \frac{1}{2} \cdot (1 + \cos(a))$



Bearbeiten Sie die folgenden Aufgaben mit Hilfe dieser Formeln:

1. Zeigen Sie die Gültigkeit folgender Aussagen.

- | | |
|--|--|
| a) $\sin(75^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot (\sqrt{3} + 1)$ | b) $\cos(75^\circ) = \frac{1}{4} \cdot (\sqrt{6} - \sqrt{2})$ |
| c) $\sin(105^\circ) = \frac{1}{4} \cdot (\sqrt{6} + \sqrt{2})$ | d) $\cos(105^\circ) = \frac{1}{4} \cdot (\sqrt{2} - \sqrt{6})$ |
| e) $\sin(15^\circ) = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2 - \sqrt{3}}$ | f) $\cos(15^\circ) = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{3}}$ |

2. Drücken Sie $\sin(22,5^\circ)$, $\cos(22,5^\circ)$, $\cos(37,5^\circ)$ und $\sin(37,5^\circ)$ mit Hilfe von Wurzeln aus. Finden Sie weitere Winkel, die sich durch Wurzelausdrücke darstellen lassen.

3. Zeigen Sie

- a) $\frac{\cos(a)}{\cos(a) - \sin(a)} - \frac{\cos(a)}{\cos(a) + \sin(a)} = \tan(2a)$
- b) $\frac{1 - \cos(a)}{1 + \cos(a)} = (\tan(\frac{a}{2}))^2$

4. Lösen Sie die Gleichung ($G = [0^\circ ; 360^\circ[$)

- a) $\sin(a) = \sin(2a)$
- b) $\cos(a) - \cos(2a) = 1$
- c) $\sin(a) + \cos(2a) = 0$