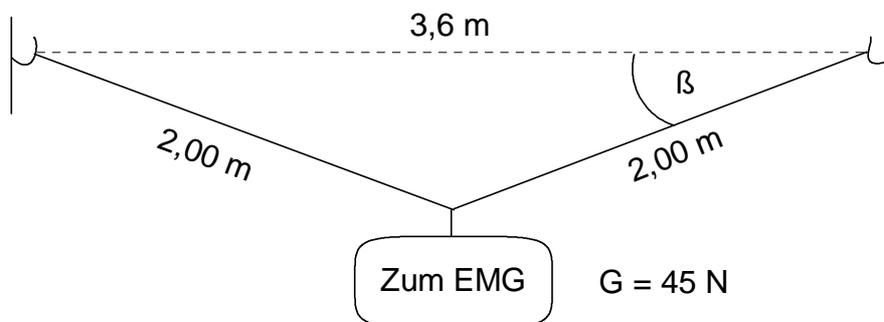


Mathematik * Jahrgangsstufe 10 * Berechnungen im Kräfteparallelogramm

Ein Schild mit dem Gewicht $G = 45 \text{ N}$ hängt an einem Draht der Länge $4,0 \text{ m}$ zwischen zwei Haken, die den Abstand $3,60 \text{ m}$ voneinander haben.

- Bestimmen Sie den Winkel β .
- Bestimmen Sie die Kraft, mit der der Draht durch das Gewicht des Schildes gespannt wird. (Zeichnen Sie das Kräfteparallelogramm!)
- Im Winter verkürzt sich der Draht wegen der Kälte um $2,5\%$ seiner Länge. Um wie viel Prozent erhöht sich die Spannkraft im Draht?
- Der Draht reißt bei einer Spannkraft von mehr als 80 N . Um wie viel Prozent darf sich demnach der $4,0 \text{ m}$ lange Draht im Winter höchstens verkürzen?



Lösung:

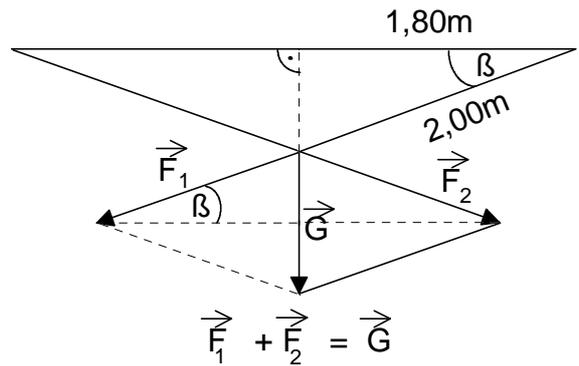
a. $\cos(\beta) = \frac{1,80\text{m}}{2,00\text{m}} \Rightarrow$

$\beta = \cos^{-1}\left(\frac{1,8}{2,0}\right) \approx 25,84^\circ$

b. Spannkraft im Draht: $F = F_1 = F_2$

$\sin(\beta) = \frac{\frac{G}{2}}{F} = \frac{G}{2F} \Rightarrow$

$F = \frac{G}{2 \sin(\beta)} \approx \frac{45\text{N}}{2 \sin(25,84^\circ)} \approx 52\text{N}$

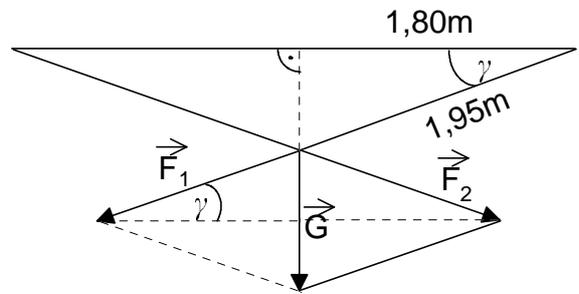


c. Neue Drahtlänge:

$d = 0,975 \cdot 4,00\text{m} = 3,90\text{m}$

$\cos(\gamma) = \frac{1,80\text{m}}{1,95\text{m}} \Rightarrow$

$\gamma = \cos^{-1}\left(\frac{1,80}{1,95}\right) \approx 22,62^\circ$



Wie bei Aufgabe b folgt nun für die Spannkraft im Draht:

$F_{\text{neu}} = \frac{G}{2 \sin(\gamma)} \approx \frac{45\text{N}}{2 \sin(22,62^\circ)} \approx 58\text{N}$

$\frac{F_{\text{neu}} - F_{\text{alt}}}{F_{\text{alt}}} = \frac{58\text{N} - 52\text{N}}{52\text{N}} \approx 0,12$

Die Spannkraft im Draht hat um etwa 12% zugenommen.

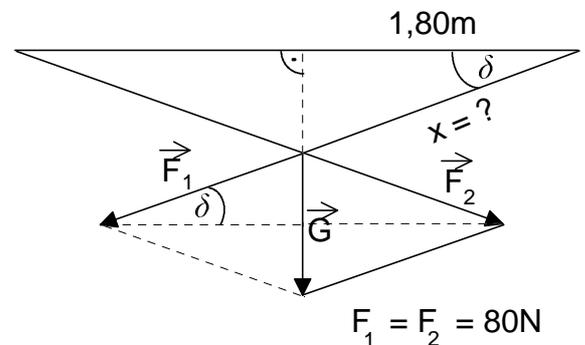
d. Berechne zuerst den Winkel δ , der zu einer Drahtkraft von $F = F_1 = 80\text{N}$ gehört.

$\sin(\delta) = \frac{G}{2F} = \frac{45\text{N}}{160\text{N}} \Rightarrow \delta \approx 16,33^\circ$

Der Draht darf also höchstens $2x$ kurz werden.

$\cos(\delta) = \frac{1,80\text{m}}{x} \Rightarrow$

$2x = \frac{2 \cdot 1,80\text{m}}{\cos(16,33^\circ)} \approx 3,75\text{m} \quad ; \quad \frac{2x - 4,00\text{m}}{4,00\text{m}} = \frac{-0,25\text{m}}{4,00\text{m}} \approx -0,063$



Der Draht darf sich also höchstens um ca. 6,3% verkürzen, wenn er nicht reißen soll!