Mathematik * Jahrgangsstufe 11 * Funktionen mit Betrag und Signum

Geben Sie die Funktion abschnittsweise ohne Betrag und Signum an. Finden Sie zuerst alle „kritischen Stellen“ und prüfen Sie, ob die Funktion stetig ist.
Skizzieren Sie den Graphen und überprüfen Sie Ihre Skizze mit geeigneter Software.

1. $f(x) = |x-2| \cdot \operatorname{sgn}(x)$
2. $g(x) = |x-2| \cdot \operatorname{sgn}(3-x)$
3. $h(x) = |2x-3| \cdot \operatorname{sgn}(\frac{1}{2}x+2)$
4. $k(x) = |x^2+2x| \cdot \operatorname{sgn}(1-x)$
5. $m(x) = \left|\frac{5x-3}{2}\right| \cdot \operatorname{sgn}(x^2-1)$
6. $n(x) = |x^2-1| \cdot \operatorname{sgn}(x^2+2x)$

Mathematik * Jahrgangsstufe 11 * Funktionen mit Betrag und Signum

Geben Sie die Funktion abschnittsweise ohne Betrag und Signum an. Finden Sie zuerst alle „kritischen Stellen“ und prüfen Sie, ob die Funktion stetig ist.
Skizzieren Sie den Graphen und überprüfen Sie Ihre Skizze mit geeigneter Software.

1. $f(x) = |x-2| \cdot \operatorname{sgn}(x)$
2. $g(x) = |x-2| \cdot \operatorname{sgn}(3-x)$
3. $h(x) = |2x-3| \cdot \operatorname{sgn}(\frac{1}{2}x+2)$
4. $k(x) = |x^2+2x| \cdot \operatorname{sgn}(1-x)$
5. $m(x) = \left|\frac{5x-3}{2}\right| \cdot \operatorname{sgn}(x^2-1)$
6. $n(x) = |x^2-1| \cdot \operatorname{sgn}(x^2+2x)$

Mathematik * Jahrgangsstufe 11 * Funktionen mit Betrag und Signum * Lösungen

1. $f(x) = |x-2| \cdot \operatorname{sgn}(x)$ kritische Stellen: $x_1 = 0$; $x_2 = 2$

$$f(x) = |x-2| \cdot \operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} x-2 & ; x < 0 \\ 0 & ; x = 0 \\ 2-x & ; 0 < x \le 2 \\ x-2 & ; 2 < x \end{cases}$$

f ist bei $x_1 = 0$ nicht stetig!

2. $g(x) = |x-2| \cdot \operatorname{sgn}(3-x)$ kritische Stellen: $x_1 = 2$; $x_2 = 3$

$$g(x) = |x-2| \cdot \operatorname{sgn}(3-x) = \begin{cases} 2-x & ; x \le 2 \\ x-2 & ; 2 < x < 3 \\ 0 & ; x = 3 \\ 2-x & ; 3 < x \end{cases}$$

g ist bei $x_1 = 3$ nicht stetig!

3. $h(x) = |2x-3| \cdot \operatorname{sgn}(\frac{1}{2}x + 2)$ kritische Stellen: $x_1 = -4$; $x_2 = 1{,}5$

$$h(x) = |2x-3| \cdot \operatorname{sgn}(\frac{1}{2}x + 2) = \begin{cases} 2x-3 & ; x < -4 \\ 0 & ; x = -4 \\ 3-2x & ; -4 < x \le 1{,}5 \\ 2x-3 & ; 1{,}5 < x \end{cases}$$

h ist bei $x_1 = -4$ nicht stetig!

4. $k(x) = |x^2 + 2x| \cdot \operatorname{sgn}(1-x)$ kritische Stellen: $x_1 = -2$; $x_2 = 0$; $x_3 = 1$

$$k(x) = |x^2 + 2x| \cdot \operatorname{sgn}(1-x) = \begin{cases} x^2 + 2x & ; x \le -2 \\ -x^2 - 2x & ; -2 < x \le 0 \\ x^2 + 2x & ; 0 \le x < 1 \\ 0 & ; x = 1 \\ -x^2 - 2x & ; 1 < x \end{cases}$$

k ist bei $x_1 = 1$ nicht stetig!

5. $m(x) = \left|\frac{5x-3}{2}\right| \cdot \operatorname{sgn}(x^2 - 1)$ kritische Stellen: $x_1 = -1$; $x_2 = 0{,}6$; $x_3 = 1$

$$m(x) = \left|\frac{5x-3}{2}\right| \cdot \operatorname{sgn}(x^2 - 1) = \begin{cases} 1{,}5 - 2{,}5x & ; x < -1 \\ 0 & ; x = -1 \ \textit{sowie} \ x = +1 \\ 2{,}5x - 1{,}5 & ; -1 < x \le 0{,}6 \\ 1{,}5 - 2{,}5x & ; 0{,}6 < x < 1 \\ 2{,}5x - 1{,}5 & ; 1 < x \end{cases}$$

m ist bei $x_1 = -1$ und $x_2 = 1$ nicht stetig!

6. $n(x) = |x^2 - 1| \cdot \operatorname{sgn}(x^2 + 2x)$ kritische Stellen: $x_1 = -2$; $x_2 = -1$; $x_3 = 0$; $x_4 = 1$

$$n(x) = |x^2 - 1| \cdot \operatorname{sgn}(x^2 + 2x) = \begin{cases} x^2 - 1 & ; x < -2 \\ 0 & ; x = -2 \ \textit{sowie} \ x = 0 \\ 1 - x^2 & ; -2 < x \le -1 \\ x^2 - 1 & ; -1 < x < 0 \\ 1 - x^2 & ; 0 < x \le 1 \\ x^2 - 1 & ; 1 < x \end{cases}$$

n ist bei $x_1 = -2$ und $x_2 = 0$ nicht stetig!