

# Mathematik \* Komplexe Zahlen \* Aufgabenblatt 1

## Rechnen mit komplexen Zahlen

1. Geben Sie die komplexe Zahl in Polarform an. Runden Sie gegebenenfalls Winkel auf Hundertstel Grad und Längen auf Hundertstel genau.

a)  $\sqrt{2} + \sqrt{2}i$       b)  $\sqrt{3} - i$       c)  $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$   
d)  $\sqrt{2} - \sqrt{6}i$       e)  $2 - 3i$       f)  $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}i$

2. Geben Sie die komplexe Zahl in Normalform an. Runden Sie gegebenenfalls auf Hundertstel genau.

a)  $2 E(30^\circ)$       b)  $\sqrt{2} E(135^\circ)$       c)  $\sqrt{3} E(240^\circ)$   
d)  $0,5 E(1,5\pi)$       e)  $3 E(140^\circ)$       f)  $\sqrt{0,12} E(300^\circ)$   
g)  $2 E(225^\circ)$       h)  $3 E(\frac{4}{3}\pi)$       i)  $\sqrt{12} E(\frac{11}{6}\pi)$

3. Bestimmen Sie die Potenzen  $z^2, z^3, z^4, \dots$  der folgenden komplexen Zahlen. Hinweis: In Polarform rechnet es sich deutlich leichter!

a)  $z = E(60^\circ)$       b)  $z = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$       c)  $z = 2 E(45^\circ)$   
d)  $z = -i$       e)  $z = 0,5i$       f)  $z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

4. Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Gleichungen in  $\mathbb{C}$ . Geben Sie Ihre Lösungen in Polar- und in Normalform an!

a)  $z^2 = -8$       b)  $z^3 = 1$       c)  $z^4 = 1$   
d)  $z^4 = 81$       e)  $z^3 = -1$       f)  $z^4 = -1$



## Lösungen:

1.

a)  $\sqrt{2} + \sqrt{2}i = 2E(45^\circ)$

b)  $\sqrt{3} - i = 2E(330^\circ)$

c)  $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i = E(60^\circ)$

d)  $\sqrt{2} - \sqrt{6}i = 2\sqrt{2}E(300^\circ)$

e)  $2 - 3i \approx \sqrt{13}E(303,69^\circ)$

f)  $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}i \approx \frac{1}{2}\sqrt{6}E(65,91^\circ)$

2.

a)  $2E(30^\circ) = \sqrt{3} + i$

b)  $\sqrt{2}E(135^\circ) = -1 + i$

c)  $\sqrt{3}E(240^\circ) = -\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

d)  $0,5E(1,5\pi) = -\frac{1}{2}i$

e)  $3E(140^\circ) \approx -0,77 + 0,64i$

f)  $\sqrt{0,12}E(300^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{10} - \frac{3}{10}i$

g)  $2E(225^\circ) = -\sqrt{2} - \sqrt{2}i$

h)  $3E(\frac{4}{3}\pi) = -\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}i$

i)  $\sqrt{12}E(\frac{11}{6}\pi) = 3 - \sqrt{3}i$

3.

a)  $z^2 = E(120^\circ)$  ;  $z^3 = E(180^\circ) = -1$  ;  $z^4 = E(240^\circ)$  ;  $z^5 = E(300^\circ)$  ;  $z^6 = 1$  ;  
 $z^7 = z$  ;  $z^8 = z^2$  ;  $z^9 = z^3$  ; ...

b)  $z^2 = i$  ;  $z^3 = E(135^\circ)$  ;  $z^4 = -1$  ;  $z^5 = E(225^\circ)$  ;  $z^6 = -i$  ;  $z^7 = E(315^\circ)$  ;  $z^8 = 1$  ;  
 $z^9 = z$  ;  $z^{10} = z^2$  ;  $z^{11} = z^3$  ; ...

c)  $z^2 = 4i$  ;  $z^3 = 8E(135^\circ)$  ;  $z^4 = -16$  ;  $z^5 = 32E(225^\circ)$  ;  $z^6 = -64i$  ;  
 $z^7 = 128E(315^\circ)$  ;  $z^8 = 256$  ;  $z^9 = 2^9 \cdot z$  ;  $z^{10} = 2^{10} \cdot z^2$  ;  $z^{11} = 2^{11} \cdot z^3$  ; ...

d)  $z^2 = -1$  ;  $z^3 = i$  ;  $z^4 = 1$  ;  $z^5 = z$  ;  $z^6 = z^2$  ;  $z^7 = z^3$  ; ...

e)  $z^2 = -\frac{1}{4}$  ;  $z^3 = -\frac{1}{8}i$  ;  $z^4 = \frac{1}{16}$  ;  $z^5 = \frac{1}{32}z = \frac{1}{64}i$  ;  $z^6 = \frac{1}{32}z^2 = -\frac{1}{128}$  ; ...

f)  $z = E(300^\circ)$  ;  $z^2 = E(240^\circ)$  ;  $z^3 = E(180^\circ) = -1$  ;  $z^4 = E(120^\circ)$  ;  $z^5 = E(60^\circ)$  ;  $z^6 = 1$  ;  
 $z^7 = z$  ;  $z^8 = z^2$  ;  $z^9 = z^3$  ; ...

4.

a)  $z_{1/2} = \pm 2\sqrt{2}i$

b)  $z_1 = 1$  ;  $z_2 = E(120^\circ)$  ;  $z_3 = E(240^\circ)$

c)  $z_1 = 1$  ;  $z_2 = i$  ;  $z_3 = -1$  ;  $z_4 = -i$

d)  $z_1 = 3$  ;  $z_2 = 3i$  ;  $z_3 = -3$  ;  $z_4 = -3i$

e)  $z_1 = E(60^\circ)$  ;  $z_2 = -1$  ;  $z_3 = E(300^\circ)$

f)  $z_1 = E(45^\circ)$  ;  $z_2 = E(135^\circ)$  ;  $z_3 = E(225^\circ)$  ;  $z_4 = E(315^\circ)$