

### 3. Schulaufgabe aus der Mathematik, Kl. 11c, 11.04.2005

1. Gegeben ist die Funktion  $f$  mit  $f(x) = x^3 + a x^2$  und dem Parameter  $a \in \mathbb{R}$ .

Bestimmen Sie  $a$  so, dass  $G_f$  an der Stelle  $x_1 = 2$  eine horizontale Tangente hat.  
 Untersuchen Sie für den ermittelten Wert von  $a$  das Monotonieverhalten von  $f$ .  
 Hat  $G_f$  an der Stelle  $x_1 = 2$  einen Hoch-, Tief- oder Terrassenpunkt?

2. Die Funktion  $f$  mit  $f(x) = \frac{12x - 4x^2}{x^2 + 3}$  soll untersucht und skizziert werden.

a) Bestimmen Sie den Definitionsbereich und alle Nullstellen von  $f$ .

Untersuchen Sie das Verhalten von  $f(x)$  für  $x \rightarrow \pm \infty$ .

b) Berechnen Sie die Ableitung  $f'(x)$  und bestimmen Sie alle Punkte des Graphen

mit horizontaler Tangente. [Teilergebnis:  $f'(x) = \frac{-12(x^2 + 2x - 3)}{(x^2 + 3)^2}$  ]

c) Skizzieren Sie den Graph von  $f$  unter Berücksichtigung Ihrer Ergebnisse aus a) und b).

3. Lissabon und Pjöngjang liegen beide auf der gleichen geographischen Breite von  $38,6^\circ$ . Die geographischen Längen von Lissabon und Pjöngjang lauten  $9,2^\circ$  westlich bzw.  $126,0^\circ$  östlich. ( $R_{\text{Erde}} = 6370 \text{ km}$ )

a) Wie lang ist die Wegstrecke von Lissabon nach Pjöngjang, wenn man sich auf dem Breitengrad von  $38,6^\circ$  bewegt?

b) Der kürzeste Weg von Lissabon nach Pjöngjang verläuft auf einem Großkreisbogen. Um wie viele Kilometer ist dieser Weg kürzer als der Weg auf dem Breitenkreis?

Aufgabe	1	2a	b	c	3a	b	$\Sigma$
Punkte	9	5	7	5	6	10	42

Gutes Gelingen! G.R.