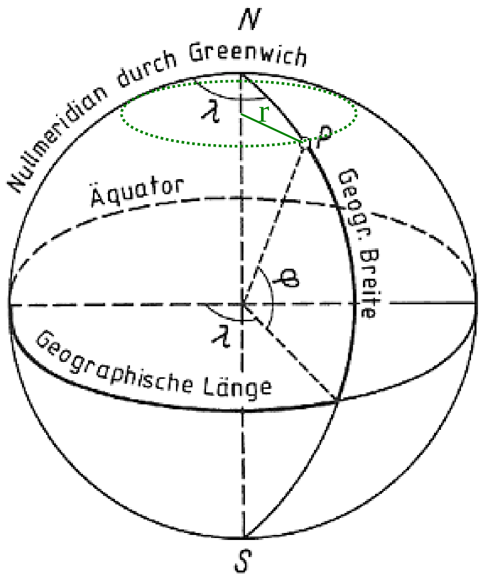
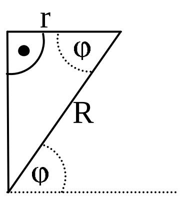
Sphärische Geometrie * Längen und Breitenkreise auf der Erde

Der sphärische Abstand $\overset{\frown}{P_1P_2}$ zweier Punkte P_1 und P_2 gleicher geographischer Länge auf der Erdkugel



Erdradius $R \approx 6370$ km
Ein Ort P auf der Erdkugel wird durch die geographische Breite φ und die geographische Länge λ eindeutig angegeben.

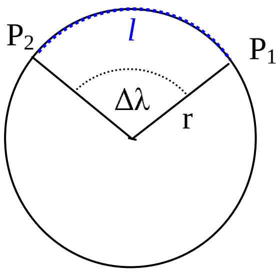
Für den Radius r des zugehörigen Breitenkreises gilt:



$$\frac{r}{R} = \cos(\varphi) \quad \text{d.h.}$$

$$r = R\cos(\varphi)$$

Die Länge l des Breitenkreisbogens zwischen zwei Orten P_1 und P_2 mit gleichem φ berechnet man mit einer einfachen Proportion:

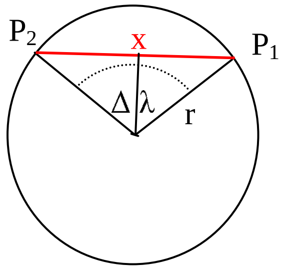


$$\frac{l}{2\pi\cdot r} = \frac{\Delta\lambda}{360^\circ} \quad \text{d.h.} \quad l = \frac{2\pi\cdot r\cdot\Delta\lambda}{360^\circ}$$

Hierbei ist $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ die Differenz der geographischen Längen von P_1 und P_2.

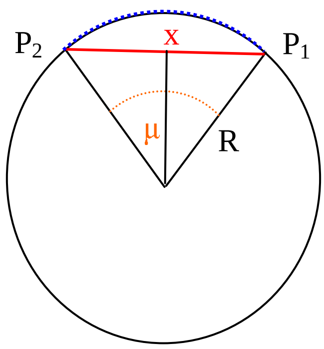
Der sphärische Abstand $\overset{\frown}{P_1P_2}$ ist die Länge des Großkreisbogens von P_1 zu P_2.
$\overset{\frown}{P_1P_2}$ ist die kürzeste Entfernung von P_1 nach P_2 auf der Kugel.
Um $\overset{\frown}{P_1P_2}$ zu ermitteln, berechnet man zuerst den „Tunnelabstand“ $x = \overline{P_1P_2}$.

Es gilt:



$$\frac{\frac{1}{2}\cdot x}{r} = \sin\left(\frac{\Delta\lambda}{2}\right) \quad \text{d.h.} \quad x = 2r\sin\left(\frac{\Delta\lambda}{2}\right)$$

Nun gilt für den Mittelpunktswinkel μ zum Erdmittelpunkt hin:



$$\frac{\frac{1}{2}\cdot x}{R} = \sin\left(\frac{\mu}{2}\right) \quad \text{d.h.} \quad \mu = 2\cdot \operatorname{invsin}\left(\frac{x}{2\cdot R}\right)$$

und mit dem nun bekannten μ kann man $\overset{\frown}{P_1P_2}$ berechnen:

$$\frac{\overset{\frown}{P_1P_2}}{2\pi\cdot R} = \frac{\mu}{360^\circ} \quad \text{d.h.} \quad \overset{\frown}{P_1P_2} = \frac{2\pi\cdot R\cdot\mu}{360^\circ}$$