

## Sphärische Geometrie \* Jahrgangsstufe 11 \* Übungsblatt 2

1. Berechnen Sie jeweils den Flächeninhalt (in  $\text{km}^2$ ) des vom Äquator, dem Nullmeridian und dem Längengrad durch
  - a) Kairo (  $30,1^\circ$  n. /  $31,3^\circ$  ö.)
  - b) Chicago (  $41,9^\circ$  n. /  $87,8^\circ$  w. )eingeschlossenen Kugeldreiecks auf zwei verschiedene Arten.  
Fertigen Sie jeweils eine Skizze an und berechnen Sie (in km) den Umfang dieser Dreiecke!
2. Welchen Teil der Kugeloberfläche umfasst ein sphärisches Dreieck mit
  - a)  $\alpha = 70^\circ$  ;  $\beta = 80^\circ$  ;  $\gamma = 115^\circ$
  - b)  $\alpha = \beta = \gamma = 120^\circ$  .
3. Welche Winkel hat ein Kugeldreieck mit lauter gleichen Winkeln, dessen Fläche der Kugeloberfläche beträgt?
  - a) 25 %
  - b) 10 %
  - c) 1 %
4. Durch direkte Messung der Winkel des (im Harz gelegenen) sphärischen Dreiecks Brocken - Hohehagen - Inselsberg ergab sich ein Exzess von  $14,9''$ .  
Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Kugeldreiecks.
5. Berechnen Sie auf Bogensekunden genau den sphärischen Exzess eines Kugeldreiecks mit dem Flächeninhalt  $10,75 \text{ m}^2$  auf einer Kugel vom Radius  $r = 858,48 \text{ m}$ .
6. Der Flächeninhalt eines Kugeldreiecks mit den Winkeln  $50^\circ$ ,  $60^\circ$  und  $110^\circ$  beträgt  $80 \text{ m}^2$ .  
Berechnen Sie den Inhalt der gesamten Kugeloberfläche und den Radius der Kugel.
7. Ein Zweieck und ein Dreieck mit dem Exzess  $\varepsilon$  liegen auf derselben Kugel und haben den gleichen Flächeninhalt. Berechnen Sie in Abhängigkeit von  $\varepsilon$  den Zweieckswinkel.
8. a) In einem Kugeldreieck misst ein Winkel  $57^\circ$ . Wie groß kann der sphärische Exzess höchstens sein?  
(Hinweis: Ergänzen Sie das Kugeldreieck geeignet zu einem Kugelzweieck!)
  - b) Beweisen Sie:  $\varepsilon < \frac{2}{3} (\alpha + \beta + \gamma)$ .
  - c) Weisen Sie für ein beliebiges Kugeldreieck folgende Ungleichung nach:  
 $\alpha + \beta < \gamma + 180^\circ$ .  
Welche weiteren Ungleichungen gelten?
  - d) In einem rechtwinkligen Kugeldreieck ( $\gamma = 90^\circ$ ) sind die beiden anderen Winkel gleich groß. Zeigen Sie  $45^\circ < \beta < 135^\circ$ .
9. a) Wo liegen alle Punkte im Raum, die von zwei gegebenen Punkten gleichen (geradlinigen) Abstand haben?
  - b) Wo liegen alle Punkte auf der Kugeloberfläche, die von zwei gegebenen Kugelpunkten gleichen sphärischen Abstand haben?
  - c) Gibt es zu drei nicht auf einem Großkreis liegenden Kugelpunkten einen Umkreis?

## Sphärische Geometrie \* Jahrgangsstufe 11 \* Übungsblatt 2

### Lösungen zu einzelnen Teilaufgaben:

1. a)  $2,20 \cdot 10^7 \text{ km}^2$

2. a) 11,8%                      b) 25%

3. a)  $120^\circ$                       b)  $84^\circ$                       c)  $62,4^\circ$

4.  $2,93 \cdot 10^3 \text{ km}^2$

5.  $3,0''$

6.  $F = 1440 \text{ m}^2$     und     $r = 10,7 \text{ m}$

7.  $\alpha = \frac{1}{2} \in$

8. a)  $\in < 2 \cdot 57^\circ = 114^\circ$