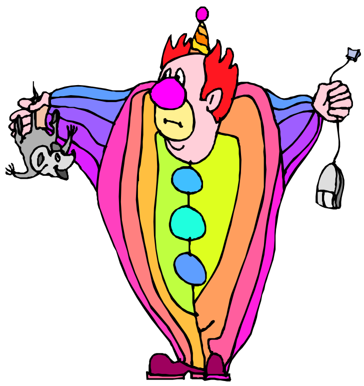
Aufgaben zur Stetigkeit für die Jahrgangsstufe 11 (Blatt1)

1. Für welche Werte der Parameter a , b und c ist die Funktionen f an den kritischen Stellen jeweils stetig?

a) $$f(x) = \begin{cases} ax + b & ; \quad 1 < x \\ x^2 + b & ; \quad -2 \leq x \leq 1 \\ 2x + 5a & ; \quad x < -2 \end{cases}$$

b) $$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax - b & ; \quad 2 \leq x \\ 4x + 3b & ; \quad 0 \leq x < 2 \\ b \cdot (x^2 - 1) + c & ; \quad -3 \leq x < 0 \\ cx + 2 & ; \quad x < -3 \end{cases}$$



c) $$f(x) = \begin{cases} 2a \cdot (x^2 - b) & ; \quad 1 < x \\ 12x^2 - ax + b & ; \quad 0 \leq x \leq 1 \\ 2x - 3a & ; \quad x < 0 \end{cases}$$

d) $$f(x) = \begin{cases} 3x + b & ; \quad 2 \leq x \\ ax^2 - b & ; \quad -1 \leq x < 2 \\ -bx + 5a & ; \quad x < -1 \end{cases}$$

e) $f(x) = (x^2 - bx + 1) \cdot \operatorname{sgn}(2 - x)$

f) $f(x) = (ax - 3b) \cdot \operatorname{sgn}(x - a) + (3x - 6b) \cdot \operatorname{sgn}(2x - 3)$

2. Für welche Werte der Parameter a und b kann man die Funktion f an der Definitionslücke stetig fortsetzen? Geben Sie diese stetige Fortsetzung an!

a) $f(x) = \dfrac{x^2 - a}{x - 3}$

b) $f(x) = \dfrac{x^2 - 2x - 3}{x + a}$

c) $f(x) = \dfrac{ax^2 - x + b}{x^2 - 3x - 4}$

d) $f(x) = \dfrac{ax^3 - bx^2 + x}{x^2 - 4}$

e) $f(x) = \dfrac{ax - x^2}{\operatorname{sgn}(x - 2)}$

f) $f(x) = \dfrac{(x^2 - ax) \cdot (2x + 3b)}{(x + 2)^2}$

Lösungen:

1. a) $a = 1$; $b = -3$

b) $a = \frac{13}{6}$; $b = \frac{1}{12}$; $c = \frac{1}{3}$

c) Es gibt zwei Lösungen:
$(a_1 = 1$ und $b_1 = -3)$ oder $(a_2 = -2$ und $b_2 = 6)$

d) $a = \frac{3}{4}$; $b = -\frac{3}{2}$

e) Für $b = \frac{5}{2}$ ist f bei $x_o = 2$ stetig.

f) Für $b = \frac{3}{4}$ und $a_1 = \frac{3}{2}$ oder $a_2 = -\frac{3}{2}$ ist f bei $x_1 = \frac{3}{2}$ und $x_2 = a$ stetig.

2. a) $a = 9$; $\tilde{f}(x) = x + 3$

b) Es gibt zwei Lösungen:
Für $a = 1$ gilt $\tilde{f}(x) = x - 3$ bzw. für $a = -3$ gilt $\tilde{f}(x) = x + 1$.

c) $D_f = R \setminus \{-1 ; 4\}$; für $a = \frac{1}{3}$ und $b = -\frac{4}{3}$ gilt $\tilde{f}(x) = \frac{1}{3}$.

d) Für $b = 0$ und $a = -\frac{1}{4}$ gilt $\tilde{f}(x) = -\frac{1}{4}x$.

e) Für $a = 2$ gilt $\tilde{f}(x) = x \cdot (2 - x) \cdot \operatorname{sgn}(x - 2)$.

f) Für $a = -2$ und $b = \frac{4}{3}$ gilt $\tilde{f}(x) = 2x$.