Mathematik * Jahrgangsstufe 11 * Intensivierung
Funktionen mit Betrag und Signum

Geben Sie die Funktion abschnittsweise ohne Betrag und Signum an. Finden Sie zuerst alle „kritischen Stellen“ und prüfen Sie, ob die Funktion stetig ist.
Skizzieren Sie den Graphen und überprüfen Sie Ihre Skizze mit geeigneter Software.

1. $f(x) = |x| \cdot \operatorname{sgn}(x)$

2. $g(x) = |x-1| \cdot \operatorname{sgn}(x+1)$

3. $h(x) = |x^2 - 4| \cdot \operatorname{sgn}(4 - 2x)$

4. $k(x) = \dfrac{|x^2 + 2x|}{x}$

5. $m(x) = \dfrac{4 - x^2}{|4 + 2x|}$

6. $n(x) = |x^2 + 2x| \cdot \operatorname{sgn}(x + 2)$

Mathematik * Jahrgangsstufe 11 * Intensivierung
Funktionen mit Betrag und Signum

Geben Sie die Funktion abschnittsweise ohne Betrag und Signum an. Finden Sie zuerst alle „kritischen Stellen“ und prüfen Sie, ob die Funktion stetig ist.
Skizzieren Sie den Graphen und überprüfen Sie Ihre Skizze mit geeigneter Software.

1. $f(x) = |x| \cdot \operatorname{sgn}(x)$

2. $g(x) = |x-1| \cdot \operatorname{sgn}(x+1)$

3. $h(x) = |x^2 - 4| \cdot \operatorname{sgn}(4 - 2x)$

4. $k(x) = \dfrac{|x^2 + 2x|}{x}$

5. $m(x) = \dfrac{4 - x^2}{|4 + 2x|}$

6. $n(x) = |x^2 + 2x| \cdot \operatorname{sgn}(x + 2)$

Mathematik * Jahrgangsstufe 11 * Intensivierung
Funktionen mit Betrag und Signum * Lösungen

1. $f(x) = |x| \cdot \operatorname{sgn}(x)$ kritische Stellen: $x_1 = 0$

$$f(x) = |x| \cdot \operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} x & ; \ x < 0 \\ 0 & ; \ x = 0 \\ x & ; \ 0 < x \end{cases}$$

also $f(x) = x$ und f ist bei $x_1 = 0$ stetig!

2. $g(x) = |x-1| \cdot \operatorname{sgn}(x+1)$ kritische Stellen: $x_1 = -1$; $x_2 = 1$

$$g(x) = |x-1| \cdot \operatorname{sgn}(x+1) = \begin{cases} x-1 & ; \ x < -1 \\ 0 & ; \ x = -1 \\ 1-x & ; \ -1 < x < 1 \\ x-1 & ; \ 1 \le x \end{cases}$$

g ist bei $x_1 = -1$ nicht stetig!

3. $h(x) = |x^2 - 2| \cdot \operatorname{sgn}(4 - 2x)$ kritische Stellen: $x_1 = -2$; $x_2 = 2$

$$h(x) = |x^2 - 4| \cdot \operatorname{sgn}(4 - 2x) = \begin{cases} x^2 - 4 & ; \ x \le -2 \\ 4 - x^2 & ; \ -2 < x < 2 \\ 0 & ; \ x = 2 \\ 4 - x^2 & ; \ 2 < x \end{cases}$$

h ist stetig!

4. $k(x) = \dfrac{|x^2 + 2x|}{x}$ kritische Stellen: $x_1 = -2$; $x_2 = 0$; $D_k = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$$k(x) = \frac{|x^2 + 2x|}{x} = \begin{cases} x+2 & ; \ x \le -2 \\ -x-2 & ; \ -2 < x < 0 \\ x+2 & ; \ 0 < x \end{cases}$$

k ist stetig! (k ist bei $x_2 = 0$ nicht definiert!)

Die Funktion k kann an der Stelle $x_2 = 0$ nicht stetig fortgesetzt werden!

5. $m(x) = \dfrac{4 - x^2}{|4 + 2x|}$ kritische Stelle: $x_1 = -2$; $D_m = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

$$m(x) = \frac{4 - x^2}{|4 + 2x|} = \begin{cases} 0{,}5x - 1 & ; \ x < -2 \\ 1 - 0{,}5x & ; \ -2 < x \end{cases}$$

m ist stetig! (m ist bei $x_1 = -2$ nicht definiert!)

m ist bei $x_1 = -2$ nicht stetig fortsetzbar!

6. $n(x) = |x^2 + 2x| \cdot \operatorname{sgn}(x + 2)$ kritische Stellen: $x_1 = -2$; $x_2 = 0$

$$n(x) = |x^2 + 2x| \cdot \operatorname{sgn}(x + 2) = \begin{cases} -x^2 - 2x & ; \ x < -2 \\ 0 & ; \ x = -2 \\ -x^2 - 2x & ; \ -2 < x \le 0 \\ x^2 + 2x & ; \ 0 < x \end{cases}$$

n ist stetig.